No. 956

切断型分布の推測問題についての考察

by

Yoshiko Nogami

October 2001

切断型分布の推測問題についての考察

野　上　佳　子

概要：　切断型分布の推測問題を扱う際の、重要な特徴について述べる。

著者は、これまで下記の指数分布と一様分布についての推測（主に検定）問題について研究を、重ねてきた。（cf.）e.g. Nogami(2000a, 2000b, 2001a, 2001b))

(i)　$f_X(x|\theta)=e^{-(x-\theta)}I_{[\theta,\infty)}(x)$　　$(-\infty<\theta<\infty)$

(ii) $f_X(x|\theta)=(\delta_2-\delta_1)^{-1}I_{[\theta+\delta_1,\theta+\delta_2)}(x)$　　$(-\infty<\theta<\infty;\ \delta_1,\delta_2$:実数かつ,$\delta_1<\delta_2)$

ここで、区間Aに対して、$I_A(x)$は、次のような指示関数である。

$$I_A(x)=\begin{cases}1 & (x\in A)\\ 0 & (x\in A)\end{cases}$$

$X_1, \ldots, X_n$を、上のいずれかの密度$f_X(x|\theta)$をもつ母集団からのランダム標本とし、$X_{(i)}$を、i番目に小さい観測値とする時、(i)の分布に対しては、θの不偏推定量$Y=\bar{X}-1$ $(=n^{-1}\sum_{i=1}^{n}X_i-1)$ を、(ii)の分布に対しては、同じくθの不偏推定量$Y=(X_{(1)}+X_{(n)}-(\delta_1+\delta_2))/2$ を用いて、Nogami(2000a, 2000b, 2001a)では、単純仮説に対する不偏両側検定を、導出した。

然し乍ら、(i)の分布の下では、片側仮説$H_0:\theta\leqq\theta_0$ 対　対立仮説$H_1:\theta>\theta_0$で、著者は同じ統計量Yを用いた(Nogami(2001b))が、逆に、$H_0:\theta\geqq\theta_0$ 対　対立仮説$H_1:\theta<\theta_0$では棄却域として、$\{Y\leqq\theta_0+t_1-1\}\cup\{X_{(1)}<\theta_0\}$ (t_1 は、$\alpha(0<\alpha<1)$を検定の大きさ（有意水準）とすると

$$\int_0^{t_1} h_T(t)\,dt=\alpha$$

なるようにとる。）のほうが、$\{X_{(1)}<\theta_0\}$を除いた場合より、より検定力高いかもしれないという疑いがあり、現在検討中である。同じく、仮説$H_0:\theta=\theta_0$対　対立仮説$H_1:\theta\neq\theta_0$ を、検定する両側検定に対しても、棄却域として $\{Y\leqq\theta_0+t_1-1\}\cup\{\theta_0+t_2-1\leqq Y\}\cup\{X_{(1)}<\theta_0\}$($t_1, t_2$は、Nogami(2000b)のようにとる。)をとる方が、より検定力が、高いかも知れないので、この方も検討中である。

同じ見地から、(ii)の一様分布に対しては、仮説$H_0:\theta=\theta_0$対、対立仮説$H_1:\theta\neq\theta_0$を検定するための棄却域として、$\{\theta_0-r\geqq Y\}\cup\{\theta_0+r\leqq Y\}\cup\{X_{(1)}<\theta_0\}\cup\{X_{(n)}\geqq\theta_0+1\}$ (rは、

$$\int_{\theta_0-r}^{\theta_0+r} g_Y(y|\theta_0)\, dy = 1-\alpha$$

ととる。）の方が、Nogami(2000a)の両側検定より検定力が高いかも知れないという疑いがあり、この方も検討中である。片側検定に対しても、仮説 $H_0:\theta\leqq\theta_0$ 対、対立仮説 $H_1:\theta>\theta_0$ を検定する為の棄却域として、 $\{\theta_0+r\leqq Y\}\cup\{X_{(n)}\geqq\theta_0+1\}$ (rは、

$$\int_{\theta_0+r}^{c/2} g_Y(y|\theta_0)\, dy = \alpha$$

なる様にとる。）をとり、また、仮説 $H_0:\theta\geqq\theta_0$ 対、対立仮説 $H_1:\theta<\theta_0$ を検定する為の棄却域として、 $\{Y\leqq\theta_0-r\}\cup\{X_{(1)}<\theta_0\}$ (rは、

$$\int_{-c/2}^{\theta_0-r} g_Y(y|\theta_0)\, dy = \alpha$$

ととる。）を考えた方が、検定力が、高いかも知れないので、検討中である。

REFERENCES:

Nogami, Y.(2000a). An unbiased test for the location parameter of the uniform distribution.,Discussion Paper Series No. 861, Institute of Policy and Planning Sciences, Univ. of Tsukuba, April, pp.1-4

------- (2000b). Optimal two-sided tests for the positional and proportional parameters of the exponential distribution.--comparison with the generalized likelihood-ratio tests--., Discussion Paper Series No. 893, Institute of Policy and Planning Sciences, Univ. of Tsukuba, December, pp.1-9.

------- (2001a). Supplement for Discussion Paper Series No.'s 856,857 and 893., Discussion Paper Series No. 913, Institute of Policy and Planning Sciences, Univ. of Tsukuba, March, pp. 1-7

-------(2001b). An unbiased one-sided test for the positional parameter of the exponential distribution., Discussion Paper Series No. 949, Institute of Policy and Planning Sciences, Univ. of Tsukuba, September, pp.1-2.