

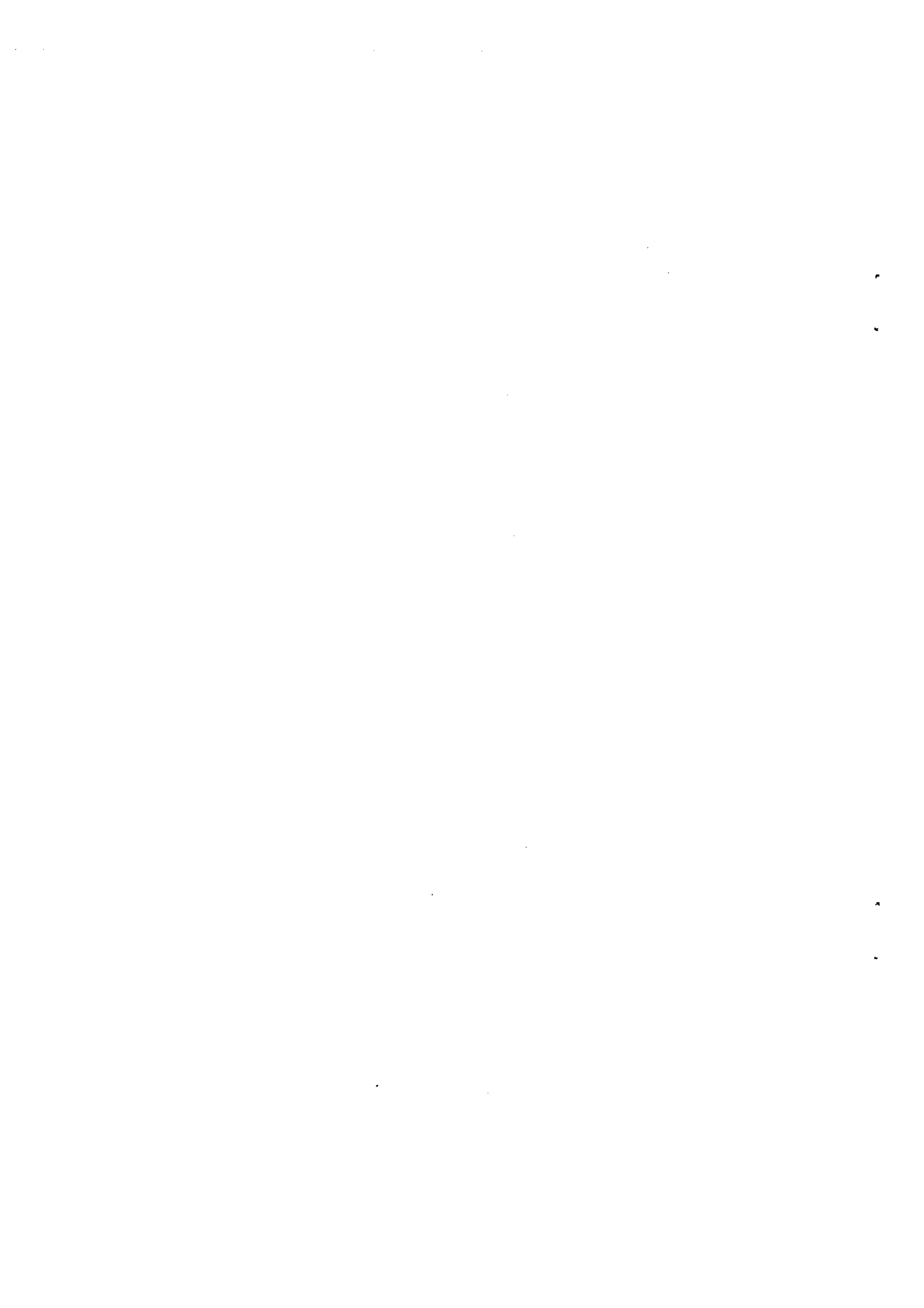
No. 870

戯曲：経済学における特殊と一般の逆転
第一曲：特殊と一般の逆転

by

金盛 長（金子守）

July 2000



戯曲：経済学における特殊と一般の逆転

原作：金盛 長

(ナレーター：)

[解説：世紀末の日本において、経済学のフロンティアの開拓を目指す経済学徒による経済学研究に関する真摯な対話]

(詩人：静かに登場)

ちょっとした出来心が偉大な作品を生み
遠大な計画と膨大な労働が僅かな成果を生む

たった10キロの空気が地球の温度と水分を循環させ
その上200キロに澄み切った空気が漂う

大陸沿岸のわずかな海水が魚を育み
大洋の美しい海水は海流として流れる

人生のたったの一瞬が重みを持ち
残りの時間に人は夢みながら眠気に耐える

(詩人：静かに退場)

第一曲：特殊と一般の逆転

登場人物： 新月 位 : 経済学教授
 間占 通 : 経済学講師
 森々 元気 : 大学院生

(ナレーター：)

[状況設定：想定される場所はI県の、建物は立派と評判であった大学の一経済学研究室。登場人物の新月位(しんづきくらい)は過去には多くを期待されていたが現在は殆ど学会から忘れられた存在。間占通(はざまじめとおる) — — ただ「まじめ」と皆に省略されている)は現在売り出し中の若手経済学者。森々元気(もりもりげんき)は研究を始めたばかりの優秀な大学院3年生。森々は若干、羽目を外すところがあるが素直な性質から、新月と間占にかわいがられている]

第一幕：森々元気

(新月と間占が研究室でコーヒーを飲んでいる。そこに森々が入股で息咳きって現れる)

森々：あっ先生、いましたか。先日僕が説明した経済モデルの例の集合が有限集合の場合から無限集合を許した場合に拡張しても、主定理が成立することが証明できました！

新月：そりゃ良かったね。それで、その拡張によって何が分かったの？

森々：それはその集合が有限という仮定を落としたので、主定理の大幅な一般化が得られたのですよ。

新月：そうか、なにか新しい具体例はあるのかい？

森々：だって、有限という仮定が一つ落とせたのだから、主定理がカバーする範囲がずっと広がって、定理の内容がずっと豊富になったんですよ。有限という仮定は現実的でないし、その仮定を弱めれば、より現実的になると思うのですが。

新月：現実的ね。まあ、それはよかった。

(H：真面目な口調で)

間占：先生、森々君にその一般化の話聞いたのですが、確かに一般化になっています。その一般化を論文にまとめれば、*Journal of Theoretical Economics* に載ると僕は思います。最近号の同じ話題に関しての一般化より、より一般的ですから。まあ、*Journal of Empirical Economics* には難しいかもしれませんが。

(S：少し冷やかに)

新月：あの *Journal* に載りそうか、現実性が売り物でね。その現実性はどこにある現実性なのかな。まあ、よかった。

(M：むっとした表情)

森々：売り物は一般性で現実性というのはその中身の一部です。

どうも、先生は喜んでるように見えないし、先生の言葉もイヤミに聞こえるのですが。

いつも先生は新しい事をせよと言っているのに、僕が新しい定理を証明したというのになぜ喜ばないのですか。どうも先生が何を考えているのかがよく分かりません。

間占さんも、この一般化を論文にすれば一流誌の Journal of Theoretical Economics に載ると言っていますし、僕もそう思います。なにしろ、僕の一般化は最新号の論文に出ていたものよりずっと一般的ですから。

(M: 声が大きくなる)

だいたい、いつも先生は、他人がいい仕事をしたとき、嫉妬によってその仕事を評価しないなんてケツの穴の小さな人間ではいけないと言っていますよね。僕は先生のケツの穴が小さいとは思っていませんが、ここはひとつ、先生の経済学におけるいい仕事、あるいは新しさ、に関しての評価基準を聞きたいと思います。そこで、僕の一般化がその基準にしたがって面白いのか、面白くないのかが知りたいですね。

間占: 森々君、言葉を慎みたまえ。新月先生は、「ケツの穴の小さな人間ではいけない」ではなく、「度量を大きく持て」と表現したはずですが。森々君は言葉使いが悪くていけない。

ただ、僕も先生の評価基準は知りたいので、森々君の一般化定理から離れて、先生の評価基準の一般論を説明して頂ければうれしいのですが。

(M: 依然として大きな声)

森々: 「度量を大きく持て」と「ケツの穴を大きくしろ」は同じ事でしょ。まあ、大学教授にもなると少しは上品な言葉使いをしなければいけないというのも理解できますが。

間占さんも講師だから、使える言葉に制限があるってわけですか。それが間占さんが時々使う、言語の制限によって思考の内容が貧弱になるという言い訳ですね。かわいそうに。僕は大学院生だから何でも考えられるし、いざとなったら何でも言えちゃいますよ。思考内容は言語になど関係なくこの頭の中にあるんですから。ははは。

間占: ただ、何でも言えるというのは塾でのアルバイトの時間を除いてでしょ。君ももうすぐ、君の下品な思考内容を制限するのが必要になりますね。君だってかわいそうな人だよ。まあ、同類相憐れむというところだね。

森々: そうですか。でも、ぼ、ぼくが言いたいのは、そんな言葉使いとか、表現の間

題でなく、思考の内容です。僕は内容を知りたいし、内容を議論したいのですよ。
つまり、研究成果の評価基準に関しての先生の一般論の内容ですよ。

(S: ボソボソと)

新月: うーん、森々君はいつもおっかないねー。

それに評価の一般基準なんてひどく難しい問題だし。私自身、どのように仕事と結果を評価すれば良いかの一般論なんて組み立てる自信は全然ないんだけど、少し考えてみましようか。

ところで君たちは幾つになったんだっけ。

(M: いぶかしげに)

森々: 年齢は関係ないと思いますが。まあ、僕は25ですが。

間占: 僕は35です。Ph.D. をとってから7年になります。

森々: 先生は幾つになります？

(S: 早口で)

新月: あ、そう。確かにあまり関係ないね。僕50。

(S: もとのゆっくりした調子で)

そこでセントペテルスブルグパラドックスを例にとって考えてみよう。間占君も森々君もこのパラドックスのことは知っているよね。

(H: 得意そうに)

間占: もちろん、良く知っています。僕の期待効用理論の講義の初めに教えるし、効用関数の有界性も同じ論法で証明します。

(M: つまらなそうに)

森々: 間占さんの講義で聴きましたが、あまり良く覚えていません。コインを投げて、表なら2円もらえて、裏ならこうで、なんていうつまらない話でしょ。そして、無限級数が発散するかどうかを議論したんですよね。その級数のことはよく覚えています。だって、僕はすぐにその級数の和が計算できましたから。ははは。

間占さんの話は細かくてポイントが曖昧だからすぐ忘れてしまう。

(H: あきれ顔で)

間占: バカ。僕の講義の問題でなく君の理解力の問題なんだよ。自分の欠点を人の責任にするのは君の悪いくせですよ、森々君。君は優秀なんだけど穴だらけですね。

(M: すこし怒る)

森々: バカって言うほうがバカだ。

(H: 少し気取って、ゆっくりとMに)

間占: では、文法的に考えて、「バカって言う方がバカ」か、「バカって言われる方がバカ」か、どちらだと思いますか、(ここでSに向かって) 先生。

(S: 考え深げに)

新月: そりゃ、比喻を使っていえば、「あれはミカンだ」と言っている方はミカンではありえないから、ミカンと呼ぶ方でなく、ミカンと呼ばれるほうがミカンなんだろうね。

すると、やはり、バカって呼ばれる方がバカなんですか。

森々: でも、僕も「バカって言うほうがバカ」って言ったんだから、先生の比喻に従えば「バカって言うほうは、やはりバカ」ということになりますよね。

新月: 結局、二人ともバカになるのね。

面白い話だけど、今問題にしようとしているのは何でしたっけ。そうだ、セントペテルスブルグ パラドックスはどうなったんですか。君たちは才気が溢れすぎていて、話を脱線させていけませんね。

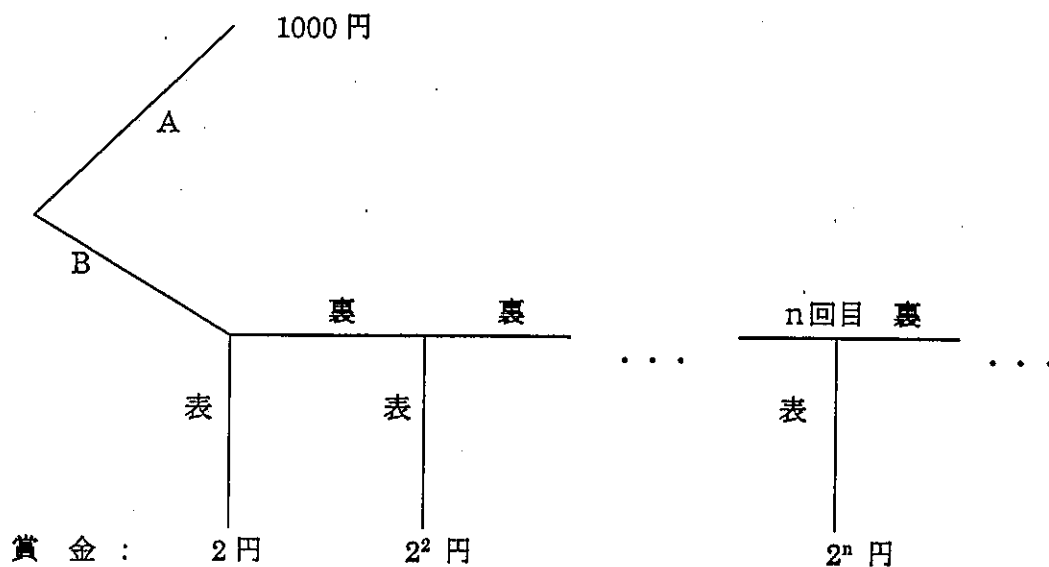
(H: 少し不満気に)

間占: 先生はいつも傍観者なんだから。

話をもとに戻して、セントペテルスブルグ ゲームは次のようにプレイされます。黒板にルールを書いてみます。ダニエルベルヌーイのオリジナルのゲームから話を少しずらして記述します。

(H: 黒板にむかって)

「あなた」は意思決定者であり、黒板の書かれている選択肢AとBのいずれかが選べます。



もし、「あなた」がAを選べばあなたは賞金1000円もらえます、何の支払いも必要なく。

もし、「あなた」がBを選べば以下のコイン投げによって賞金額が決まります。まず、コインを一回投げて表が出れば「あなた」の賞金は2円、裏が出ればもう1回コイン投げをします。第2回目で表が出れば「あなた」の賞金は4円 $=2^2$ 円、裏が出ればもう一回コインを投げられます。

一般的には、コイン投げが第n回まで進み、そこで表が出れば賞金は 2^n 円で、裏がでれば第n+1回目のコイン投げに進みます。

新月：ところでコインの表と裏というのはどのように区別するのですか。

間占：日本においては、「日本国」と書いてあるほうが表になります。

話をまとめると、あなたが選択肢Aを選べば賞金は確実に1000円で、選択肢Bを選んだときはコイン投げを表が出るまで続け、第n回目に表出た場合、賞金は 2^n 円になります。

(H：得意げに)

森々君、ここまでは思い出しましたか、あるいは理解できましたか。

森々：今回の説明はよく分かりました。講義のときより。

(M: 黒板に出てきて、強引にHを座らせて)

少し思い出してきたので間占さんの話を続けてみます。えーと、「あなた」は選択肢のAとBのどちらを選べばいいのかという問題ですね。選択肢Bには確率的要素が入っているので、少し確率計算をしてみると、例えば、賞金が16円になるのは、1回目、2回目、3回目が裏で4回目に表で出る事象の確率だから、えーと16分の1ですね。すると、賞金が16円以上である確率は、1回目、2回目、3回目が裏の事象だから、8分の1ですね。うん、随分とケチなゲームですね。僕だったら、もちろんAを選ぶね。その1000円あれば吉野家の牛丼を食べに行ってビールも飲めるし。

ところが、この話の続きはこうなんです。選択肢AとBの期待賞金額を計算します。もちろん、Aの期待賞金額は

$$1000 \times 1 = 1000$$

で、Bの期待賞金額は

$$2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{2^2} + 2^3 \times \frac{1}{2^3} + \dots = 1 + 1 + 1 + \dots = +\infty.$$

となります。

つまり、無限大のほうが1000より大きいから、Bを選んだほうが良い。これでいいんですよ。間占さん。

(H: 満足げに)

間占: よくできました。もう少し学問的に述べると、「あなた」が決定基準として「期待賞金額基準」というものを仮定したとき、「あなた」はBを選ぶべきだということですね。

ところが森々君がすでに言ったように、賞金が出る確率をよく見るとBはケチな選択肢で、とても選ぶはずがない。だから、上の話はパラドックスなんです。

この話はここから以下のように進むんです。ダニエルベルヌーイは、「期待賞金額基準」がいけなく、「期待効用基準」に修正すべきと主張します。

具体的には効用関数として、

$$\log m$$

を採用します。これは例の「刺激が増加したときの感覚の増加分は、刺激の増加分の刺激の絶対水準に対する割合に比例する」という生理学の原理を微分方程式で表現したときの、解関数としての導出されます。その原理は確か、ウェーバー・フェヒナーの法則とか呼ばれています。

これで 選択肢 A と B の期待効用を計算すると、

$$A \text{ --- } \log 1000$$

$$B \text{ --- } \frac{1}{2} \log 2 + \frac{1}{2^2} \log 2^2 + \dots + \frac{1}{2^n} \log 2^n + \dots$$

となります。森々君がさっき威張っていたのは、確か、この B の級数が簡単に計算できたことでしたよね、これは、実は $\log 4$ になります。

「期待効用基準」に従うと、期待効用の大きいほう A を選べばよい。期待賞金額基準から出てきたパラドクスが解消できたわけです。

ところが、この話にはまだ先があって、B の賞金額の付け方によっては、またまた、B の期待効用が無限大にすることができてしまうわけです。だから、結論は期待効用理論の一般論を発展させねばならないわけです。

森々：うん、よく思い出してきました。再び B の期待効用を無限大にするには第 n 回

目で表が出た場合の賞金額を 2^{2^n} 円と拡張すればいいんですよね。

僕が分からなかったのは、その辺でなく、間占さんが最後に述べた「だから、期待効用理論の一般論を発展させる」の部分なんです。

だって、「期待賞金額基準」とか「期待効用基準」から出発したのに、その後の講義の「期待効用一般理論」では決定基準の話はなく、もっぱら、選好関係の推移性とか独立性とか、選好関係から導かれる効用関数の話で、決定基準はどこに行ってしまったのか分からなかったんですよ。

間占：確かに、「期待効用理論」では、選好関係は与えられたものとして、それを実数値で表現する効用関数の導出が主題になりますね。えーと、だから、決定基準という言葉を使うと、決定基準は意思決定者の頭の中にあり、それがどのような性質を満たすとき、実数値効用関数で表現できるかという問題を考えていることになりますね。

推移性とか独立性などの性質というのは当然要求されるものですから、まともな決定基準ならば殆ど許されるわけです。だから、「期待効用理論」は一般的で役に立つわけです。

(M:少し、いばって)

森々：だからの後が違います。だから、あの抽象的理論では具体的にどのような決定基準を選べばよいかについては議論していないのです。つまり、決定基準の中身については議論していない。

(M:間をおいて)

あれ、こんな風に考えると、「期待効用理論」はセントペテルスブルグ パラドックスに全然応えているように思えませんね。だって、あのパラドックスは、この基準ではどうか、あの基準ではどうかなんて話で、「どの決定基準が採用されるべきか」を尋ねているのではないですか。

間占：確かに、期待効用理論は決定基準がどのようなべきかについては殆ど何も語っていないね。ただ、効用の期待値を取りなさいとは言っているが。

(S:少し、そわそわしながら)

新月：僕はそろそろ家に帰る時間だ。今日の夕食は確か、豆腐と何かだったな。家内が帰りに豆腐を買ってきなさいと言っていたから。

えーと、テレビの刑事ものをみると、よく「行き詰まったら現場に戻れ」と言っているでしょ。あれを応用して、「現場に戻る」と、問題はセントペテルスブルグ パラドックスは何故にパラドックスであるかでしょう。

じゃ、またあした続きを聞きますので、君たちも考えておいてください。

(S:退場)

森々：僕の一般化定理の話はどうしたんだい。

間占：まあ、明日また先生に話を聞いてもらえばいいでしょ。ところで先生は今帰って食事が終わると10時前には寝てしまうらしいよ。まったく、子供並みなんだから。

第一幕終了

(ナレーター：) [こうして一日が過ぎました。皆さん、森々君と間占君の説明が理解できましたか。もし、理解できないならば私が黒板で説明しましょうか。あら、あたしはナレーターですから、舞台にあがってはいけないのですね。もう少し客観的にならないと]

[さて、舞台は第二幕に進みます。翌日の午前中という設定になっています。第二幕では間占君が大活躍しますのでお楽しみに]

第二幕：間占通

(翌日、3人が研究室でコーヒーを飲みながら)

新月：昨日はどこまで話が進みましたか。思い出させてください。

森々：えーと、セントペテルスブルグ ゲームを間占さんが詳しく説明してくれました。そこで、先生は時間切れになってしまい、「行き詰まったら現場に戻れ」と言って帰ってしまいました。

間占：そこで、僕は「行き詰まったら現場に戻れ」に従って、セントペテルスブルグ パラドックスがなぜパラドックスであるかを考えてきました。

まず、パラドックスの一般論を調べ、その一般論に従えばセントペテルスブルグ パラドックスがどのようにしてパラドックスになるかを考えてきました。

中公新書の中村秀吉著「パラドックス」という本によれば、パラドックスは大きくは二種類に分けられるとあります。

一つ目は「真正パラドックス」と呼ばれるもので、ある一つの言明あるいは理論から相矛盾する二つの命題が導かれる、ただし、その言明あるいは理論は普通の観点からはまともに思え、矛盾が出るとは考えにくい場合です。「真正パラドックス」は「論理パラドックス」とも呼ばれます。この「パラドックス」の有名な例は「クレタ人のうそつき」で、集合論に出てくるパラドックスなどはこの種のもですね。

二つ目は「疑似パラドックス」と呼ばれるもので、一般には受け入れられる二つ以上の言明が矛盾する場合があります。セントペテルスブルグ パラドックスは「真正パラドックス」ではありませんので、「疑似パラドックス」に分類されるのでしょうか。

ただ、どちらの場合も単に矛盾が導かれたからといってパラドックスと呼ばれるわけではなく、パラドックスと呼ばれるには、それが私たちの普通良しとしている思考法のどこかに問題があることを示していなくてはなりません。

(S：感心して聞いていたが、権威的になりイヤミに)

新月：その分類に従えば、アローの一般不可能性定理は「疑似パラドックス」に分類されるのでしょうか。だって、五つの条件が矛盾するといっていますから。アローが証明した時代には疑似でもパラドックスだったんでしょう。

アローの後の不可能性定理は単に矛盾していることを証明しているのだから、矛盾した公理系を提出して、それが矛盾することをわざわざ証明しているわけですか。

結局、アローの「疑似パラドックス」から何も学ばず、努力の失敗を繰り返しているんですね。

(H: すこし動揺して)

問占: 先生は何か話し始めるとすぐに否定的になってしまいますね。アローの一般不可能性定理は、アローのノーベル賞受賞理由の一つになっているはずですよ。

それに、そんなに否定的では論文も書けなくなってしまうし、学会からも胡散臭く思われるわけですよ。まあ、アローの不可能性定理の話はやめて、セントペテルスブルグ パラドックスに戻りましょう。

まず、セントペテルスブルグ パラドックスはどのような意味で「疑似パラドックス」であるかをみてみましょう。

「期待賞金額基準」は確率事象を含む状況における意思決定において普通良く使われている意思決定基準ですね。しかし、一方、セントペテルスブルグ ゲームにおいては森々君が昨日いったように、あの状況に自分を置くことができるぐらいの想像力を持つ人間にとっては、「期待賞金額基準」と異なる選択をするのは明らかです。つまり、その基準は一般に良く使われるが、セントペテルスブルグ ゲームではもう一つの選択肢を選ぶことが自明なんです。

このパラドックスが教えるのは「期待賞金額基準」は、やはり我々の意思決定の仕方を表していないと言うことで、それゆえ、期待効用理論を発展させる必要があると結論されるのだと思います。

(M: 生意気に)

森々: 何だ、それでは昨日の議論と同じじゃないですか。期待効用理論は決定基準そのものを議論してないんだから。

でも、セントペテルスブルグ パラドックスがどのような意味で「疑似パラドックス」であるかは良く分かりました。

新月: うん、そうだ、セントペテルスブルグ パラドックスから 期待効用理論にジャンプしないで、そのパラドックスをどのように考えればよいかを考えてみましょう。

この問題をいかに解決すべきかについては「期待賞金額基準」の範囲で昔からいろいろ意見が出されています。例えば、非常に小さい確率を人間は無視してしまうとか、非常に大きい賞金額は想像できないとか、このような要素を入れると結果は確かに変わります。

一番、考え方が分かり易いのは Llyod Shapley によって述べられた、セントペテルスブルグ ゲームの胴元に予算制約を導入すべきだという考えた方でしょうね。^① 昨日、間占君が ベルヌーイの原形を少し変形すると言ったのは、元々は選択肢 B という賭けに参加する掛け金を問題にしたんですね。つまり、Bからの期待賞金額は無限大だから、Bにどのような価格が付けられていようと賭けBに参加するほうが良いという形ですね。

さて、コイン投げで非常に運が良く、裏が99回が出て、100回目に表がでたとしよう。その時の賞金額は 2^{100} 円ですね。さて、この数字は確か、一立方センチメートルの気体中に含まれる分子の数よりも大きいわけですね。森々君、この数を知っているかい。

森々： 2^{100} のことですか、それとも気体中に含まれる分子の数ですか。

新月：もちろん、後者。

森々：高校の化学で習ったかな。

間占：理想気体が一気圧で0度のときの1モル中に含まれる分子の数をアボカド数というのだったかな。それは 10^{23} ぐらいでしたっけ。理想気体が1気圧で0度のとき1モルの体積は22リットルぐらいでしたから、1立方センチメートルの気体に含まれる分子の数は 10^{20} ぐらいとして良いと思います。

新月：アボカド数でなくアボガドロ数。間占君が間違えるのは珍しいね。アボガドロ博士というのは頭の鉢が逆三角形に広がって、いかにも mad scientist という感じの人。

高名な経済学者の中にも頭が逆三角形に広がった人がいたね。

(H：とほけて)

間占：それは誰ですか？

まあ、我々は経済学者なんだから、化学の中の数値でなく、経済の数値で考えましょうよ。予算制約だから、まあ、国家予算でも考えてみましょう。

森々君、今年の子の日本の国家予算はどのくらいか知っていますよね。

森々：えーと、日本の人口は約一億二千五百万で一人当たり10万円として12.5兆

^①L. Shapley, "The St. Petersburg Paradox: A Con Game", Journal of Economic Theory 14, 439-442 (1977).

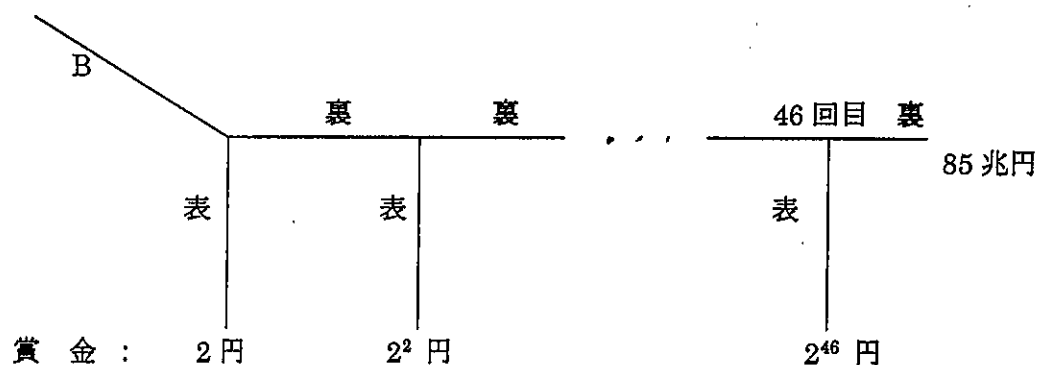
円ぐらいですか。僕は計算が速いね。でも、一人10万円も払うのかな、子供も老人もいるし、専業主婦もたくさんいるし。

(H: あきれる)

間占: バカ、それでも君は経済学者の端くれのつもりですか。今年度の国家予算は大よそ85兆円ですよ。ここは自分で議論を構成しないと時間ばっか、かかってしまう。

(H: 電卓で計算)

えーと、85兆は 2^{46} と 2^{47} の間にあります。ここで、セントペテルスブルグゲームの胴元がこの額の予算制約を持っていたとします。例えば、さっきの1000回目に表が出た場合の賞金額も85兆円にするわけです。図示すると、以下のようになります。



新月: そうか、日本国民全体でこの胴元を支えることになるわけか。最悪の場合、国民一人当たり、えーと70万円ぐらいをこの胴元に払うわけですか。何となく、現実的になってきたな。

間占: それで期待賞金額を計算すると1を46回とあとせいぜい1足すんだから、

$$1+1+\dots+1=46+1=47$$

となります。えーと、すると結論は選択肢Bの期待賞金額は約47円で、それをAの期待賞金額1000円と比較して、選択肢Aを選びなさいという結論ができるわけですね。

そうか、これでめでたくセントペテルスブルグパラドックスは解決したわけですね。よかった。

(S:あわてて)

新月: その計算までは良かったのですが、最後の結論はそれで良いのですか。例えば、間占君の好きな期待効用理論は不必要になりませんか。

あまり簡単に結論にジャンプしないで、この問題をもう少し丁寧に議論してみましよう。

間占: 確かに、少し結論を急いでしまったな。では、まず予算制約を導入することを丁寧に吟味してみます。

この予算制約を導入するのは、日本の国家予算を採用したことは別として、まあ自然なことですね。逆に、予算制約がない場合がおかしいですね。選択肢Bには可能性として無限個の賞金額の水準が含まれているのを、予算制約を導入することで有限個に限定するわけです。問題は選択肢Bに含まれる無限なのかな。

新月: まあ、無限はなぜ問題であるかは難しい問題なので、もう少し簡単に事実についてだけ考えましょう。つまり、有限の問題を不注意に無限に拡張すると問題が生ずる場合があるということですね。だから、セントペテルスブルグ ゲームに予算制約を導入して拡張しなければならないのです。

(H:Sを斜めにみながら)

間占: 先生の魂胆がわかってきました。つまり、有限と無限の間では、どちらがより一般の場合であるかという関係には必ずしもないと言いたいのですね。それで森々君の無限集合への一般化定理があまり面白くないと誘導したいのですね。

(S:とほけた調子で)

新月: 僕はそんな結論に誘導するつもりは毛頭なかったし、今もそんなふうに考えてはいないよ。論理の流れに従って出てきたのだから、仕方ないでしょ。それにその論理を操ったのは自他ともに優秀と認めている君自身じゃなかったっけ。

まあ、話をまとめてください。

(H:嫌々ながら)

間占: セントペテルスブルグ ゲームにおいては、結果の集合が無限集合の場合はどうも不都合がでてくるので、予算制約を導入できるように拡張するとパラドックスが解消できるというわけです。

森々: 数学的に言うと、予算制約を導入するというのは結果の集合を有限にするということですよ。間占さんの期待効用理論の講義は、確率を含まない選択肢の集合

が有限の場合から始めて、セントペテルスブルグ ゲームを取り扱うために、選択肢の集合が無限の場合を許すところまで拡張したと思いますが。

結果の集合を有限部分に制限することが拡張になるなんて、なんだか、特殊化を一般化と呼んでいるみたいで、どうもしっくりきません。でも、先生の魂胆は分かってきました。

(S: 嬉しそうに、ゆっくりと)

新月: どうも、二人とも私が初めからこういう結論に誘導しようと計画していたかのように考えているようですが、それは少し違っています。

私は森々君の一般化定理の話聞いたときに、どうも少し変だなと予感を感じてセントペテルスブルグ パラドックスを話題にしたんですよ。

(H: 少し間をおいて)

間占: 先生の魂胆は僕には見え見えですよ。いいかい、森々君、この後、先生がどのように論理を展開したいのかやってみせましょうか。

(H: 顔を上に向けて、役者気取りで)

「学者にとって究極の目的は真理に近づくことである。ところが、真理に近づくことが自身の利益にならないことが往々にしてある。その場合、多くの学者は真理の追究を放棄してしまうが、学者にとって最も賞賛されるべき行動は、真理の追究が自身にいかなる災いをもたらせようと、その追究をやめないことである。

それはあのオイディップスが予言に従い、自身の目を潰すことを予感しながら、彼が実の父を殺していたことを、そして、彼の妻が実の母であることを、暴かずにいられなかったように」

それで、先生は自分がオイディップスになった気で予感を追究させたつもりなんですね。

(M: 感心して)

森々: 間占さん、すごいな。うん、やはり、学者はそうでなくてはいけませんね。僕も憧れてしまいます。

間占: あれは先生からいつか聞いたんですよ。僕も昔は感心しました。でも、あのくさいセリフはどっかからの借り物ですよ、先生。

新月: そのとおり。ただ、あの組み合わせには僕のオリジナリティが含まれていますが。

間占君には完全に見抜かれてしまった。

そろそろ、お昼なので昼飯でも食べましょう。この続きは午後にします。

(三人、満足げに退場)

(ナレーター：) [どうですか、間占さんの活躍。私もつい憧れてしまいます。

実は、私にも意見があるし、いくつかの質問もしたかったのですが、立場が私にそれを許すのを許しません。どうも英語のほうが達者なので翻訳調が出てしまいます。私事はさておいて、私もこの研究会に参加したくなってきました。

第三幕では新月氏が少しは本心を語るようです。間占君・森々君に押されっぱなしですから、もう少しがんばってください]

第三幕: 新月 位

(三人、眠たげに入場)

(M: ゆっくりと)

森々: 午前中の議論で一般性と特殊性の間にはどうも複雑な関係があることは分かってきました。

だけど、問題はセントペテルスブルグ パラドックスなどの特別な例でなく、一般性とは何かについての一般論、そして、その評価基準が知りたいわけです。そうせねば、僕の一般化定理にそれを適用できないではないですか。ですから、先生、一般性の一般論について語ってください。

(H: 少し、挑戦的に)

間占: ここで、新月先生のやり方を真似して、先生のこれからの議論の仕方に制約条件をおきたいと思います。まず、例や比喻でなく一般論を語る。そして、僕達を論理展開のエンジンとして使わない。つまり、一般性に関しての一般論を自分自身の言葉で語る。

(S: 眼けがふきとばされ)

新月: それはあまりに酷というものですよ。

でも、三人のうち二人がそう言うのだから民主主義に従って、やらざるを得ませんね。約束します。

ただ、話が脱線しそうになったり、行き詰まりニッチモサッチモ行かなくなったら、助けてくれることを約束して下さい。また、ときどき例や比喻を使ったりするのも許して下さい。

森々：な—んだ、いつもと同じじゃないですか。でも、それでいいですよ、間占さん。

間占：分かった。うん、はやく聞きたいのでそれで行きましょう。

新月：では、できる限りやってみましょう。

まず、一般性という言葉の使い方から始めると、それは比較概念であり、「あるものの方が他より一般的である」なんていうふうに使われるわけですね。ただ、なるべく一般的に議論を組み立てると約束したのもっと一般的に議論してみましょう。

もっとも一般的に述べるのは現代論理学の立場からになります。それは二つの公理系とを比較することになります。公理系のことを厳密に述べるには使用する言語を定めたり、推論規則を定めたりしなければなりません。ただ、それを始めると一学期分の講義が必要になるので、そこは少しごまかして議論します。

公理系 $A=(A_1, \dots, A_n)$ が 公理系 $B=(B_1, \dots, B_m)$ の一般化になっていると言うのは、 B の言語の言明が A の言語でも許され、 B で成立する言明が A でも成立することである。二つの理論の比較は結局この形に定式化されるわけです。

森々：その一般性の説明は僕の一般化定理にも適用できるのですか。

新月：いや、今、僕が述べたのは二つの公理系、あるいは二つの理論の一般性の比較になります。

君の場合は定理の一般性になります。それはこう考えてください。一つの言明 T はある公理系で証明されるわけです。例えば、 T は公理系 $A=(A_1, \dots, A_n)$ で証明されていたとしましょう。この時、より弱い公理系 $B=(B_1, \dots, B_m)$ 、つまり、公理系としてはより一般性のない公理系で同じ言明 T が証明されたとしましょう。このとき、 T の適用範囲はより広がるという意味において一般化されたというわけです。

言い換えると、それは基本的には同じ公理系の中で言明 T をより弱い仮定のもとで証明したということになります。従って、理論を修正したり一般化したのではなく、定理を一般化したわけです。

ただ、分野により若干逆転も起きることに注意して下さい。例えば、上の定式

化に従えば、距離空間の理論は位相空間の理論の一般化になっていますが、点集合論分野では逆に位相空間論のほうが一般的とみなされます。このあたりの分野では公理系に興味があるのでなく、それから導かれる定理の適用範囲に興味があるからだと思います。

上の一般性の定式化にのるのは、実数理論は有理数理論の拡張になっている、一般相対性理論は特殊相対性理論の一般化になっている等々です。

経済学は位相数学の影響を強く受けているので単に適用範囲が広いほうが一般的とみなされる傾向があります。ここでの理論の一般性というのは、より詳細な議論が出来るほうの理論をより一般的とみなすという立場を取っているわけです。

森々：どうも、ぼくがやったのはあまり大したことではないように聞こえますが。

新月：そんなに悲観する必要はありませんよ。定理の一般化ではあることは確かですから。

ここまでは、公理系やその中での定理の一般性です。ところが経済学やゲーム論を語り始めると問題はもう少し微妙になります。実は二つの新しい問題が発生します。

数理経済学やゲーム論は純粋数学と比較して数理科学という色彩が強くなります。それはどういうことかということ、数理経済学やゲーム論は社会現象という対象があり、それにかんしての理論であるということです。この場合、どのような公理系あるいは公理を採用するかは社会科学の問題になるわけです。したがって、社会科学における数学的理論というのはその既に作られた公理系だけがすべてではなく、公理系の選択あるいはその評価まで含めて理論を形成しているのです。

ですから、与えられた公理系の中に特化するのには数理科学者としては失格です。ある公理系が選ばれたその背景まで考えねばなりません。

(S：大分、高揚してくる)

数理経済学やゲーム論のもう一つの問題はその体系の中に対象としての人間、ゲーム論の言葉を使うとプレイヤーを含むことです。我々経済学者は、そのプレイヤー達が実は理性を持っていると想定しています。ただ、普通の経済学やゲーム論の数学的理論では、その部分は数学化されていません。

熟練したゲーム理論家はそこの部分に関して標準化された言い方を知っています。ところがこの標準化された言い方というのは、ゲーム論のサークルの中で語られることが多く、最近の教科書を見ると結局、数学化された部分だけしか明確には書かれていません。

だから、ゲーム論を始めたばかりの人や、ゲーム論のサークルとの接触が無い人

達はこの部分をなかなか身につける事ができません。

森々：それじゃ、ゲーム論家というのは、閉じたサークルの中では自分達にだけしか通じない隠語を使って話をし、サークルの外部者には数学化された表面の部分だけを見せるという集団だというわけですか。それじゃ、パソコンを売って稼いだ金で運営している宗教集団と同じじゃないですか。ひでーなー。

それで先生も一応はゲーム理論家なんですよ？

新月：まあ、そんなところですか。それはゲーム論とか経済学の性格から言って、仕方ない部分があるわけです。つまり、理論の背景で数学化されていない部分が大きすぎる。

さらに、サークルの中での隠語といっても明確なものがあるわけではなく、サークルごとに違った隠語や考え方ができてしまっているわけです。サークルの中で意識してそれらの隠語を明確化しようとする事は希です。だから、異なったサークルの出身者の間で話が通じないことが往々にしてあるわけです。

(M：鼻に皺をよせて)

森々：どうも、嫌な話を聞いてしまった。僕はそんなゲーム論家になりたくないな。

それで、話を一般性の問題に戻してください。

新月：分かった。えーと、問題は一つの理論の範囲内で数学化された部分の背景に、明確には議論されていない部分が大きく残っているということです。とくに、プレイヤーの知識や理性などは、普通は全く数学化されずに残ってしまうわけですが、それらは理論全体の中で重要な部分を形成しているわけです。

たとえば、ゲーム理論の論文によく「ここでゲームのルールは common knowledge と仮定する」と書かれているでしょ。あれなんか、数学化されたものと、数学化されていないものを混在させている、良いあるいは悪い例ですね。

やっとな、僕の言いたいところまで来たかな。

数学化された理論のある部分が一般化されたとしましょう。すでに述べたように、経済学やゲーム論ではその背後にプレイヤー達がいて、普通、彼らの知識や理性は数学化された部分に含まれないわけです。

今、一般化された部分がプレイヤーの思考に直接関係するとします。すると、いままで、プレイヤーは簡単な思考あるいは簡単な計算で自分の行動が決定できていたのに、一般化されたせいでプレイヤーはより多くの可能性を考えたり、多くを計算したりするわけです。

もし、プレイヤーが前と同じことができるとすると、実はプレイヤーに以前より特殊な構造を仮定することになるわけです。つまり、一般化によって理論はより特殊になってしまう。

間占：一般化すると特殊化されて、特殊化すると一般化する。そんな！

(M：嬉しそうに)

森々：それは、僕がいった「バカっていったほうがバカだ」というのと同じだ。

新月：これを具体例に応用しますか、それとも約束に従って一般論でやめましょうか。

(HとM：顔を見合わせ)

間占：ここでやめてしまって、学者として真理追究の態度を賞賛される機会を逃せと言うのですか。

森々：どんな災いが予感されようが、そこにある真理を追究するのが、僕たちのような崇高なる精神を持つものの、選択の余地の無い選択です。

(口をそろえ)

間占と森々：決まった。

第三幕終了

(第三幕まで上演の場合以下に進む)

(ナレーター：) [第四幕：「特殊と一般の逆転」が台本にはあるのですが、時間の制約のため今回の講演はここまでとします。

さて、新月さんの自説開陳はこれからと言う感じですね。ここからの三人の討論は皆さまの想像にお任せします。あるいは台本の続きをお読みください。台本は一冊2000円でお分けしております。

皆様のご清聴を金盛一座を代表して感謝いたします]

(ナレーター：) [ここで Decentralization Conference 恒例のフロアーからの質問時間です。

しかし、残念ながら、ここで演技して頂いた三人は、役者は役の内容については語れないとコメントしています。また、原作者の金盛長氏は芸術家は作品で勝負するので、コメントもしないし質問も受けないということです。

ただ、原作者の金盛長と古くからの知り合いの筑波大の金子守氏から、この戯曲に関しての批評をしてもよいし、質問に対しても答えたいという善意の申し出がありました。部外者である彼に深く内容に立ち入った批評や答えを期待することはできません。それでもかまわない方はどうぞ質問してやってください]

(ナレーター：) [第三幕のクライマックスは過ぎて、みなさま、大分、疲れてきたと思います。ただ、新月氏は、間占君と森々君に期待されたのでやる気充分のようです]

第四幕：特殊と一般の逆転

(S：少しニヤツいて、目を輝かせ)

新月：先ほどの公理系の一般性と定理の一般性に関してもう少しだけ議論の続きをさせてください。

(H：あきれて)

間占：また、話をよそに持って行くつもりではないでしょうね。

それに何か悪いことを考えていると先生の顔に書いてありますよ。まあ、あまり時間をかけずお願いします。

(S：依然として、目を輝かせ)

新月：さて、公理系 A が公理系 B より一般的だと言うのは、B で成立する言明が A でも成立することでしたね。この意味で一般性を捉えると、言語を固定した範囲で最も一般的な公理系というのは、完全な公理系です。つまり、その公理系では各言明の肯定形あるいは否定形が成立するわけですね。もっとも良い例はその公理系がただ一つのモデルしか許さない場合で、それを範疇性と言います。少し荒っぽく言いますと、公理系 A が公理系 B より一般的な場合は、A は B より中身を限定している。

一方、定理 C が定理 D の一般化になっていると言う場合、定理 C がカバーする範囲のほうが広いということですね。また荒っぽく言い直すと、定理 C の中身のほうが豊かになっているわけですね。

さて、ここで森々君に聞いてみよう。森々君は、昨日、「僕は何でも考えられるし、何でも言えます」、そして、「それは言葉の問題でなく、頭の中身だ」なんて言いましたよね。さて、ここで森々君の頭の中身がぎっしり入っていると仮定して、その状態は一般的な公理系に比べられるのか、一般的定理と比べるべきかどうかでしょう。

森々：うーん。僕の頭に中身がぎっしり入っていると仮定すると、どういうふうになるのかな。もしかして、破裂しないように頭にベルトをするなんていうのは答えにはなりませんよね。

(H：呆れた顔)

間占：森々君は新月先生のすっ呆けだけは学習したんだな。

それにそのすっ呆けの中身もどこかからの借用ですね。なんて、優秀な学生だ。

バカバカしいので、森々君にかわって僕が続けます。

仮に、仮にですよ、森々君の頭の中身がぎっしりと詰まっていたとしよう。すると、頭の中身がスカスカの場合と比較して、より多くのまともな言明が口から出て来るわけですね。だから、その状態を公理系か定理かに比較しろと言われれば、それは公理系に比較しますよ。

つまり、森々君の頭の中に公理系があり、その公理群から論理的に導出された言明が森々君の口から発せられると考えるわけです。中身がぎっしりと詰まっているというのは、それがより一般的な公理系であるとすれば良いわけです。

森々：そうか、僕の頭には公理系が入っているのか。じゃ、後はその公理系からより多くの言明を導出する論理的能力を磨けばよいのか。

(S：少し間をおいて)

新月：森々君が言うより事態はもう少し複雑で、頭の中の公理系の言語を拡張したり、新しい公理を付け足す場合があるわけです。それが教育の目的になるわけです。森々君は大学院生だから、まだ、語彙を増やし、新しい公理を付け足している期間なんですね。

でも、僕が目指した議論の行き先は教育の問題ではありません。頭の中身がぎっしりと詰まっている状態、つまり、より一般的な公理系が頭にある状態は、頭がスカスカの場合と比較すると、その公理系が許すモデルの可能性はずっと少なくなるわけです。つまり、頭がスカスカの人は、ぎっしりと詰まっている人と比較すると、より多くの可能性を考えねば結論が出てこないということですね。

森々：あれ、また、同じ話になってしまった。頭がスカスカの人はより多く考え、頭が詰まっている人はほとんど考えない。

そうすると、僕は、物事の中身を知るためにはものを考えることが大事と思っていたが、ものを考える人間になるのには、頭をスカスカにしておいた方が良いということか。

間占：森々君、そんな事に感心するんじゃないの。

先生、話を元に戻して、特殊と一般の逆転に関しての一般論の具体例への応用に進んで下さい。

(S：少しがっかりして、しかし、権威的になりイヤミに)

新月：確かに、僕達は経済学者でありゲーム理論家であるわけだから、それらからの

大きな逸脱は社会的責任を全うしないことになってしまう。

では、特殊と一般の逆転理論の具体例への応用を考えてみましょう。

まず、定常状態を仮定した経済モデルで成立した定理から、定常状態の仮定を落としても成立するという一般化が得られたとしましょう。前の議論から、経済主体は定常状態を認識したり予測するのは簡単だが、定常状態の仮定なしでは経済主体が同じように予測をするのは難しくなるわけです。

今、対象にしている定理が経済主体の予測に関係するものならば、結局、この一般化は特殊化を行っていることになります。

「合理的期待形成」の教科書的理解などは極端な例になりますね。

もう一つゲーム論で例を挙げれば、繰り返しゲームに関しての一般的な Folk Theorem などはやはり、特殊と一般の逆転の良い、あるいは悪い例ですね。

これは良い例と言うべきか、悪い例と呼ぶべきかは問題です。おっと、いけない。また、脱線するところだった。

つまり、一回ぎりのゲームを無限回繰り返しゲームに拡張すると、パレート最適なナッシュ均衡が出る可能性があるという定理ですね。ところが、繰り返しゲームに拡張すると戦略の集合はとんでもないものになってしまう。将来の可能性を全部考え、それらに関して計画を全部書き出すのが「戦略」という概念です。Folk Theorem には、プレイヤー達がこの大変な戦略の集合を考えるという仮定を必要としているわけです。この理論などは、どのような定理を考えるのかなんて問題と関係なく、とんでもなく特殊な理論です。

もう少し例を考えましょう。

(H: S を遮って)

間占: いや、もう分かりました。他の例に関して、先生の続きは自分で構成できると思います。

ただ、このやり方で議論していくと、理論経済学の最近の発展の多くで一般的と思われているものがむしろ特殊理論で、そのうちの幾つかはとんでもなく特殊な理論だという結論になるわけです。

先生の説を真正直に受取ったら、我々理論家は、まず、論文が書けなくなってしまうですね。

では、先生、非常に特殊でなく、現在の特殊例とは異なる一般理論っていうのは可能なのですか。それについてどのような具体例を考えているのですか。

(S: 時計を気にしながら)

新月: うん、それには新しい理論に飛びついたり、流行に振り回されたりせず、経済学やゲーム論の基礎的概念を明確にすること、そして、古典になっている問題の背

景を探り、新しい可能性を発展させるよう研究することですね。

間占：そんな一般的なことを聞いたのではありません。

先生はいつも、質問にはできる限り明確に答えなさい、答えられないときは「答えられない」と答えなさいと言っています。僕は、現在の特殊例とは異なる一般理論の具体例について先生に聞いたはずです。

(S：申しわけなさそうに)

新月：それはいつかにしましょう、長い話になりますから。

森々：先生、また、一本とられましたね。

(M：しかし、心配そうに)

それで、きのうの話の出発点になった僕の一般化定理はどうなったのですか。

(H：親切に)

間占：君の定理で、一般化した集合というのは、モデルの経済主体の認識には直接は、直接ですよ、関係しないものなので、今日の議論の評価基準に従っても、一応、拡張と言って良いと思います。

(H：Sをみて)

これでいいのですね。(H：少し間をおいて)

だから、森々君、その定理を英文で論文にまとめるのだね。英語は僕が直してあげるから。うまく書けたら、Journal of Theoretical Economics に投稿すればいいと思うよ。

森々：間占さん、どうもありがとうございます。よろしくお願いします。これで僕の論文も Publish されるわけか。よかった。

ところで、昨日の午後、今日の午前、午後の議論で随分と色々分かりました。議論というのはこういうふうに行なえば結果が色々得られるわけですね。

(S：また時計を気にしながら、ただ、喜んで)

新月：そうなんだ、これが問答法による真理の追究、正確に言うと、普遍性の追究というものなんだ。

ところが、実は、問答法による普遍性の追究は君たちにはまだ早いんです。プラ

トンは「国家」の中で、20代は体育、音楽そして数学によって基礎的体力と基礎的知力を養う期間であり、30代、40代はそうして培われた体力と知力によって、社会の担い手として活躍する期間なんだと言っています。そして、30代、40代の経験を基にして、50になったら、更なる高所を目指すため、問答法による普遍性の追究を行うというわけです。

間占：でも、先生、僕らを除いてしまったら、現在の50以上の経済学者で先生の問答に付き合ってくれる人なんていないでしょう。

それに、こんな議論ばかりでは論文が書けなくなってしまうし、学会を担う人間もいなくなってしまう。

僕はやはり学会の担い手になるべき人間ですから、当分は先生の言う特殊な一般理論に関してでも一般的な特殊理論に関してでも論文を書きます。

森々：僕の現在の仕事は体を鍛えることで、結局、頭に関してはどうしたらいいんだ。

(S：立ち上がり、両腕を伸ばし、満足そうに)

新月：あーあ、きょうは有益でした。

そろそろ帰る時間です。今日の買い物は何でしたっけ。

では、来週また会いましょう。

(S：さっさと帰ってしまう)

(M：窓の夕日を眺めながら)

森々：間占さん、今日は有益でしたね。

これからもこういう調子で研究が進むといいですね。

(H：なんとなくもの寂しげに)

間占：僕もそうだと思うんだけどね、少し気になることもあるんですよ。

いつも、こんな調子ではいけなく、やはり、もう少し生産的な議論をしたいと思うことがよくあるんですよ。

森々：そうか、間占さんは僕よりずっと先を歩いているのでそう思うのですね。

でも、間占さんがいるおかげで議論も進むし、いろいろ説明してくれるので僕もある程度ついていける訳です。

だから、これからは僕も生産的な議論をすることに協力します。

(M:カこぶを作り)

これからも頑張りましょう！

(ナレーター：) [長い話でしたね。聞いている私も疲れてしまった。結局、どのように考えれば良いかについて、新月自身の説は開陳されませんでした。ただ、これ以上、新月さんを追いつめたら、遠大な研究計画と膨大な労働からの成果を聞かされてしまいそうです。ただ、「志が遠大であるがその内容が陳腐なのは、初期の科学の特徴である」とホワイトヘッドが言っています。もしかしたら、新月氏の話は簡単だったりして。ここでは、これから先は覚悟ができたときにということにしましょう]

(詩人：静かに登場)

早く、早く、中身が知りたいとアホウドリがなき
早く、早く、中身が知りたいとトキがなく
ときが過ぎて、中身がわかってきたとき、
おもてとうらの区別がつかないカラスがのこる

(詩人：静かに退場)

(ナレーター：) [今回の講演はこれで終了させていただきます。
皆様のご清聴を金盛一座を代表して感謝いたします]

