No. 457

公共的意思決定のメカニズム・デザイン*

１９９１年2月

筑波大学社会工学系
西條辰義

* 本稿は，東京大学経済学部産業経済研究施設コンファレンス『公共セクターの効率化』（1991年3月）の報告論文である．報告作成にあたり，筑波大学大学院畳谷整克氏のコメントに感謝する．

1．序

社会的に望ましい状態（例えばパレート最適性，公平性など）についてその社会の参加者の間で合意ができているとした時，その状態を実現するにはどうしたらよいのだろうか．各参加者が自己の利益のみを追った結果，社会で望ましい状態は達成できるのだろうか．厚生経済学の第一命題は，競争均衡配分がパレート最適になることを保証しているが，不確実性，外部性などのある環境ではこの命題は成立しない．市場は失敗するのである．そこで市場メカニズムとは別に様々なルールを設定し，そのルールの中で各参加者が自己の利益を追求した結果，社会的な目標は達成できないのだろうか．この可能性をさぐり，もし出来るのであれば，実際にそのルールを設計するのがメカニズム・デザインないしは遂行理論(implementation theory)と呼ばれている分野である．

本稿では，公共財の生産，公共プロジェクトの実行に関するメカニズム・デザインを中心に解説を試みる．近年様々な均衡概念のもとでメカニズムが設計されているが，ここでは，支配戦略均衡とナッシュ均衡に限定し，幾つかのメカニズムを検討する．

2．選好表明メカニズムと支配戦略均衡

各々の参加者が正直に選好を表明するのが最善であるような社会を設計することが出来るのだろうか．[1] もし設計者(designer)の目的がパレート最適な帰結を達成することだけだとするなら話は簡単である．[2] 1人の参加者を選び，その参加者が一番よいとする帰結を社会的に望ましい帰結とすればよい．すなわち，この参加者は独裁者になる．このメカニズムのもとでは，参加者全員にとって真の選好表明が支配戦略となり，選択対象ないし配分はパレート最適になる．選ばれた参加者は，他の参加者の選好の表明がどうであれ，偽の選好を表明することにより，よりよい状態に移ることはできない．選ばれなかった参加者にとっても，真の選好表明が支配戦略になる．というのは，どんな選好を表明したところで配分に影響を与えないからである．このメカニズムがパレート最適な配分を達成し，インセンティヴの問題を解決するとはいえ，独裁者以外の参加者に非自発的交換を強いることになる．

それでは，帰結となる配分が，各参加者にとって初期保有量よりも悪くならないこと（個人合理性）をパレート最適性に加えたなら，正直に選好を表明することが支配戦略になる（すなわち，インセンティヴ・コンパティビィリティを満たす）ようなメカニズムを設計できるのだろうか．[3] 今日のインセンティヴの理論の出発点となった重要なハーヴィッツによる不可能性定理がその解答である．

ハーヴィッツの定理[Hurwicz (1972)]: 純粋交換経済において，パレート最適性（ＰＯと略），個人合理性（individual rationality, ＩＲと略）およびインセンティヴ・コンパティビィリティ（ＩＣと略）を満たすメカニズムは存在しない．

ＰＯ，ＩＲ，ＩＣを満たすメカニズムが存在するとして矛盾を導く．図１で示された２人，２財の純粋交換経済を考えよう．[4] この２人の選好は同じであり，単調性と凸性を満たしている．参加者１の初期保有ベクトルは(0,1)，２のそれは(1,0)であり，初期保有点 w をメカニズム設計者は知っているとする．この時，線分O_1-O_2で示される配分がＰＯで

あり，w-A-F-Bで示される菱形とその内部がＩＲを満たす．それ故，線分A-Bで示される配分がＰＯかつＩＲを満たしている．すなわち，２人の参加者が真の選好を表明したとするなら，そのメカニズムは線分A-B上の１点を選ぶことになる．A-Bの中点をCとする．ＩＣであるメカニズムは A-C か C-B のどちらかの１点を選ぶ．もしメカニズムが C-B 上の点，例えば，Dを選んだとしよう．この時参加者２は，破線で示した選好を表明することにより得をする．というのは，参加者１が真の選好表明，参加者２が破線による選好表明をしているとするなら，ＰＯかつＩＲをみたす配分は線分A-Eとなり，A-E上の配分は，参加者２の真の選好で評価するとD点よりも好ましい．すなわち真の選好表明が支配戦略ではなくなりメカニズムがＩＣであることに矛盾．メカニズムがA-C上の点を選んだ場合は，同様にして参加者１が得をするような選好表明が出来ることを示せるので矛盾．[5] ▮

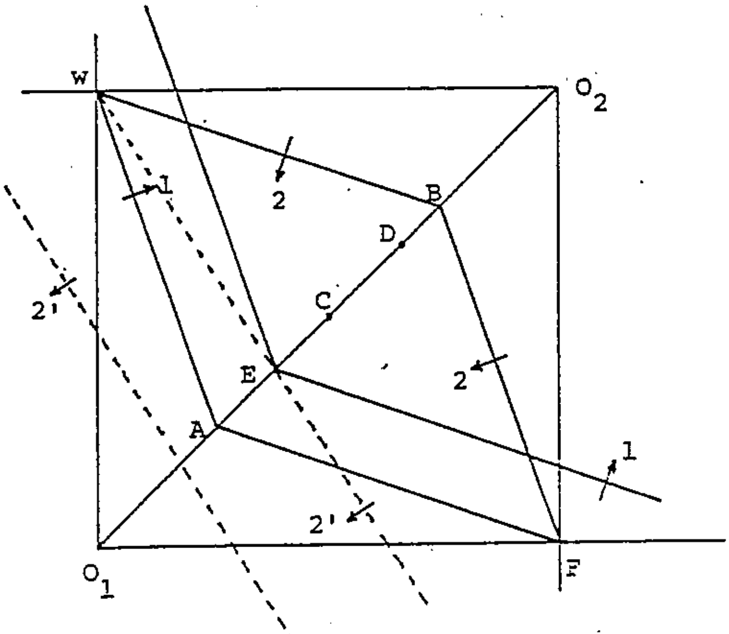

図１　真の選好表明は参加者２にとり有利ではない．

ＰＯかつＩＲを満たす代表例は，競争均衡配分である．ハーヴィッツの定理によると競争均衡配分を帰結とする選好表明メカニズムはＩＣではないことになる．後に述べる表明原理(revelation principle)を用いると，競争メカニズムはＩＣを満たさない．アダム・スミス以来，各参加者の個人的利益の追求が望ましい（すなわちＰＯかつＩＲを満たす）配分を達成すると信じられてきたが，ハーヴィッツは，競争メカニズムですらインセンティヴの問題があることを指摘した．すなわち，アダム・スミスの世界における参加者は自己の利益を最大限追求していないことになる．ハーヴィッツの定理のもう一つの重要な含意は，情報効率性に関わりがある．選好ないしは効用関数を表明するメカニズムにおいては，複雑な選好がメカニズムを用いている計画者に伝達されない可能性がある．[6] ハーヴィッツの定理は，なにがしかの技術的な進歩があり選好という情報が正確に伝達出来るようになったとしても，ＰＯ，ＩＲ，ＩＣを満たすメカニズムが設計不能であることを意味している．

ほぼ時を同じくして，社会選択の環境で真の選好表明が支配戦略となるような社会を設

計し得たとするなら，その社会には独裁者が存在するという否定的な結論をギバードとサタスウエィト（ＧＳと略）が独立に報告している．

ギバード＝サタスウェイトの定理[Gibbard (1973), Satterthwaite (1975)]: 少なくとも２人の参加者，少なくとも３つの選択対象があり，次の条件が満たされているとする．
(1) 定義域の非限定性(unrestricted domain)： 各々の参加者はすべての可能な選択対象の選好を許されている．
(2) タブーとなる選択対象の非存在(citizen sovereignty)： どの選択対象も社会的に望ましいものとして選ばれ得る．
この時，各参加者が正直に選好を表明するのが最善（操作不能）であるならば，その社会には独裁者が存在する．

この定理を参加者が２人（１，２），選択対象が３個（ｘ，ｙ，ｚ）の場合に限って考えることにする．[7]　異なった２つの選択対象が無差別であることを認めないとすると，(1)により，各参加者の選好は，

1　$x > y > z$　　2　$x > z > y$　　3　$y > x > z$
4　$y > z > x$　　5　$z > x > y$　　6　$z > y > x$

の６通りである．ここで“>”は“is strictly preferred to”を示す．e_1を参加者１の選好，e_2を参加者２の選好とすると，e_1, e_2の各々は上記の６通りのうちの一つとなる．社会的に望ましい選択対象は社会選択関数fによって選ばれる．この社会選択関数のインプットは，２人の選好，アウトプットは，x, y, z のいずれかである．例えば，$f(e_1, e_2) = a$ と書く．選好e_1で，aのほうがbよりも好ましい時，$a(>, e_1)b$と書き，$a(\geqq, e_1)b$で$a(>, e_1)b$またはaとbとが無差別であることを示す．
　社会選択関数fが操作不能(strategy-proof，ＳＰと略)であるというのは，任意の真の選好のペア$(\hat{e}_1, \hat{e}_2)$に対し，

$f(\hat{e}_1, e_2)(\geqq, \hat{e}_1)f(e_1, e_2)$ for all possible e_1 and e_2;　および
$f(e_1, \hat{e}_2)(\geqq, \hat{e}_2)f(e_1, e_2)$ for all possible e_1 and e_2

が成立することである．すなわち，正直に選好を表明することが支配戦略であり，ＳＰはハーヴィッツの定理におけるＩＣと同じ概念である．[8]　fが操作不能であれば，fはマスキン単調性を満たすことをステップ１で示す．任意の２つの選好のペア$(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$,$(\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)$をとり，$f(\bar{e}_1, \bar{e}_2)=a$ とし，任意のbに対し $a(\geqq, \bar{e}_i)b$ ならば $a(\geqq, \tilde{e}_i)b$ (i=1,2) が満たされるとする．そうすると，$f(\tilde{e}_1, \tilde{e}_2)=a$ が成立する時，社会選択関数fがマスキン単調性（Maskin monotonicity，ＭＭと略）を満たすという．今，$(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$のもとで選択対象$a=f(\bar{e}_1, \bar{e}_2)$が社会的に望ましいものとしよう．各参加者の新しい選好のもとで，以前aよりも好ましくなかった選択対象は，新たな選好のもとでもやはり好ましくないとする．すなわち，新たな選好のもとで，aの相対的なランキングが悪くなってはいないのである．この時

にも社会的に望ましい選択対象としてaが選択されなければならないというのがMMの要求である.[9]　ＧＳ定理を３つのステップにわけて証明しよう.

ステップ１：　ＳＰならばMM.[10]

任意の２つの選好のペア$(\bar{e}_1,\bar{e}_2)$,$(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)$を選び，任意のbに対し，$f(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=a(\geqq,\bar{e}_i)b$ ならば $a(\geqq,\tilde{e}_i)b$ (i=1,2) とする(MMの前提条件). まず$f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)=a$を示し，次に $f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)=a$ を示す. 真の選好のプロファイルを$(\bar{e}_1,\bar{e}_2)$とする. 参加者１は選択対象 $f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$ を選べるので，ＳＰにより　$a(\geqq,\bar{e}_1)f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$. 同様に真の選好のプロファイルを$(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$ とする. １はaを選べるので，ＳＰにより$f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)(\geqq,\tilde{e}_1)a$. MMの前提により，$a(\geqq,\bar{e}_1)f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$は，$a(\geqq,\tilde{e}_1)f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$ を意味する. 異なった選択対象の無差別を認めていないので，$a=f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$. 同様の議論を$f(\tilde{e}_1,\bar{e}_2)$ と $f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)$ に適用して，$f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)=a$. すなわち，fはMM.

ステップ２：　ＳＰならばパレート最適.

任意の(e_1,e_2)に対し，$b(>,e_i)f(e_1,e_2)$ (i=1,2)となるbがないことを示す. そこで，$b(>,e_i)f(e_1,e_2)=a$ (i=1,2) となるbがあるとして矛盾を導く. この時，aは各々の参加者の選好で高々２番目にランクされる. ここで，各々bを１番，aを２番になるような選好のプロファイル$(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)$を作る. ステップ１によりfはMMなので，$f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)=a$. ここで，どんな選択対象も選ばれ得るので，$f(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=b$となる$(\bar{e}_1,\bar{e}_2)$がある. 再びMMにより，$f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)=b$となり，$f(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)=a$に矛盾.

ステップ３：fは独裁的.

ステップ２によりパレート最適な選択対象を選んだのが表１である. 社会選択関数を対応ではなく１価としたので，f(1,4) は x か y かのどちらかである. そこで，まず f(1,4)=x とすると，ステップ１によりfはMMなので，１行と２行はすべて x となる.

f(3,6)=y となることを示す. そうでないなら，f(3,6)=z. この時，参加者１は選好を3から2に変えることにより得をする. すなわち，x(>,3)z となりＳＰに矛盾. f(3,6)=y なので，MMにより f(4,6)=y. 次に f(4,5)=y を示す. そうでないとすると f(4,5)=z となり，真の選好のプロファイルが (4,6) の時，参加者２は選好を6から5に変え，z(>,6)y となりＳＰに矛盾. それ故，MMにより３行と４行はすべて y になる.

５，６行も上記の議論と同じである. f(6,2)=x であるとすると，参加者１は選好を6から4に変え得をするのでＳＰに矛盾. f(6,2)=z とMMにより，f(5,2)=z. ここで f(5,1)=x とすると，真の選好のプロファイルが (5,2) の時，参加者２は，選好を2から1に変え得をするのでＳＰに矛盾. f(5,1)=z なので，MMにより５行と６行はすべて z となる. すなわち，参加者１が最善とする選択対象が常に選ばれ，参加者１は独裁者になっている. f(1,4)=y の場合は，同様にして参加者２が独裁者になる. ▮

ＧＳ定理における選択対象は選挙における候補者と考えることもできるし，ある社会が直面する公共の選択対象とも考えられる. それでは等量消費と非排除性を特徴とする公共財が存在するような経済においてＩＣを満たすようなメカニズムは存在するのだろうか. ここでは個人合理性をほんの少し強めるだけで，ＰＯを要求しなくとも，ＩＣであるメカ

ニズムが存在しないことを示そう.[11]

参加者1 \ 参加者2	1 x > y > z	2 x > z > y	3 y > x > z	4 y > z > x	5 z > x > y	6 z > y > x
1 x > y > z	x	x	x,y	x,y	x,z	x,y,z
2 x > z > y	x	x	x,y	x,y,z	x,z	x,z
3 y > x > z	x,y	x,y	y	y	x,y,z	y,z
4 y > z > x	x,y	x,y,z	y	y	y,z	y,z
5 z > x > y	x,z	x,z	x,y,z	y,z	z	z
6 z > y > x	x,y,z	x,z	y,z	y,z	z	z

表1： パレート最適な社会選択関数が選び得る選択対象.

公共財のある経済では，エッジワースの箱に相当するコルムの三角形を用いるのが便利がよい.[12] 1個の私的財(x)，1個の公共財(y)， 2人から構成される経済を考える．公共財の生産は，$y=f(x)=x$ で行なわれるとしよう．各参加者はw_1の初期保有を持ち，当初は公共財の水準はゼロだとする．例えば，各参加者が24時間という初期保有 w_1 を自分自身の為に消費する時間 x_1 と（道路や公園などの）公共財の生産の為に費やす時間 t_1 とに振り分ける状態を考えて見よ．$t_1+t_2=y$ となるので，実現可能な配分は $x_1+x_2+y=w_1+w_2$ を満たさねばならない．ここで高さが $w(=w_1+w_2)$ の正三角形を考えてみよう（図2）．

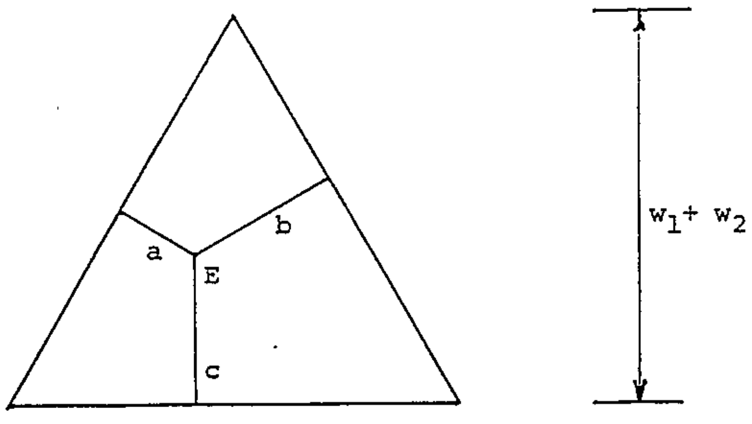

図2 コルムの三角形.

この三角形の中の点Eから各斜辺に垂線をおろし各々の長さを a, b, c とすると，$a+b+c=w$ となる.[13] ここで a を x_1，b を x_2，c を y と読み変えれば，境界を含めてこの三角形の内点は実現可能な配分を示すことになる．さらには，通常の座標平面上の無差別

曲線は三角形の座標に変換可能である．例えば，図３の左図のＦ点は，x_1がゼロ，y がO_1-Ｆであり，この点は右図のＦ’に対応する．右図では，公共財の量が底辺までの距離，x_1 が左斜辺までの距離で示されている．(14) 同様の手続きを参加者２にもほどこし，その左右をひっくり返し高さがwになるような正三角形にしたのが図２である．

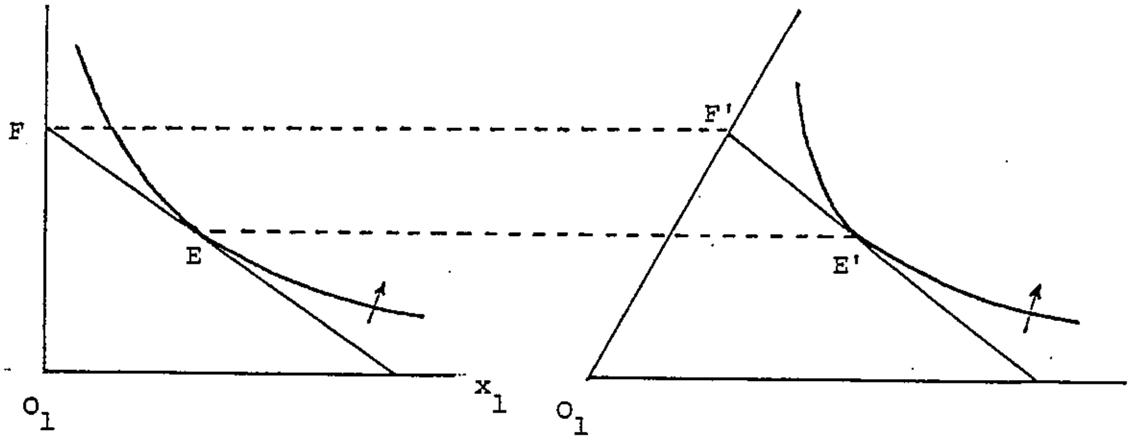

図３　コルムの三角形における座標軸の変換

公共財の生産を含む経済におけるＩＲを次のように定める．ハーヴィッツの定理の際は，図４の初期保有点w_1よりも悪くない点がＩＲを満たすとしたが，ここでは，参加者が生産関数へのアクセスを持ち，初期保有量を用いて公共財が生産できるとする．この参加者はw_1-Ｆ上の点を自由に選べる．この線上で効用が最大になる点よりも悪くはならないというのがここでのＩＲとする．すなわち，各個人がロビンソン・クルーソーとして行動したときよりも悪くはない配分を保証するのがＩＲである．そうするとＰＯを要求しなくともＩＲとＩＣを満たすメカニズムは存在しなくなる．もしそのようなメカニズムが存在したとしよう．図５において，参加者各々の真の無差別曲線が“＾”で示されている．ここで図

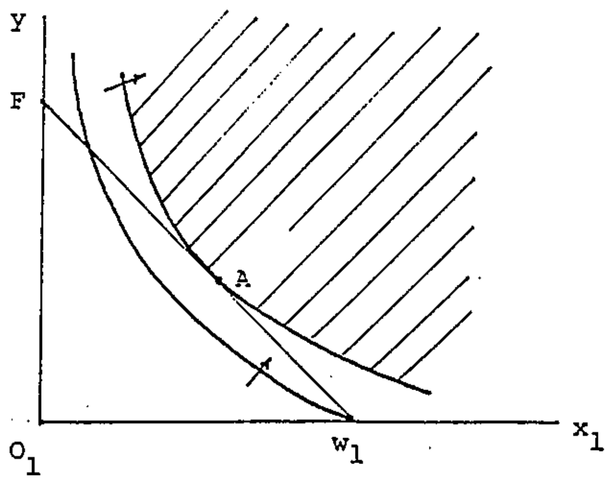

図４　強い個人合理性

４におけるＦ-O_1-w_1が図５のＦ-O_1-w に変換されている．この時，ＩＲを満たす領域はＴＡＣＢで，ＩＣを満たすメカニズムは∆ＴＡＣの１点か∆ＴＣＢの１点を選択する．もし

ＴＡＣの１点を選んだとするなら，参加者１は破線で示した無差別曲線を示すことにより ＩＲを満たす配分がＢに一致する事になり，Ｂ点はＴＡＣのどの点よりも好ましいことになり，このメカニズムがＩＣであったことに矛盾．▮

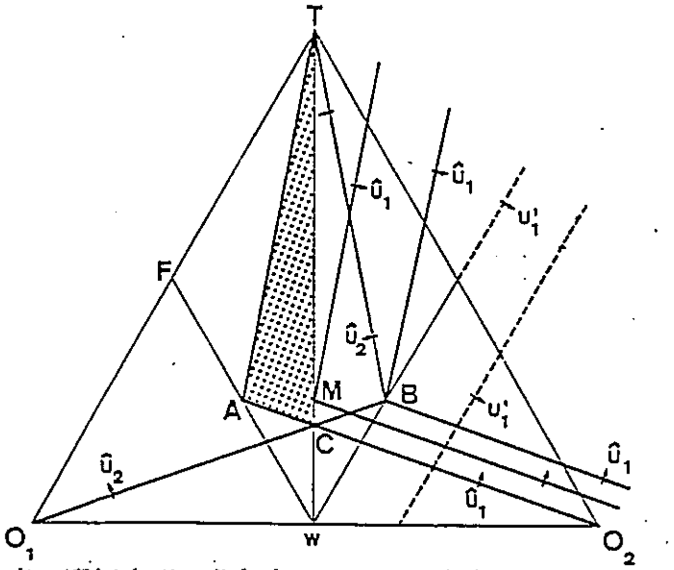

図５　真の選好表明は参加者１にとって有利ではない．

以上示した不可能性定理は各々真の選好表明が最適戦略となることを要求している．選択対象の数が有限であるような社会選択の環境の場合は，選好の数も有限となるが，経済的な環境で効用関数を表明する場合は，戦略の集合が非常に大きくなる．ハイエクがいうように中央計画当局と参加者との情報交換がうまく機能しない所以である．[15]　しかし戦略を選好表明に限らず，他の戦略を用いてもっと簡単なメカニズムを作ることが可能であるかも知れない．残念ながら，この希望は次の表明原理により，満たされないことになる．ここで記号・定義を整備しておく．A を選択対象（社会状態）の集合，E_iを参加者 i が持ちうる A 上で定義された選好の集合，E_i の直積をと E としこれを環境と呼び，社会の望ましい状態を記述する社会選択関数を $f:E\rightarrow A$ とする．[16]　$e=(e_1,e_2,\dots,e_n)\in E$ で選好のプロファイルを表わす．S_i を参加者 i が使える戦略の集合とし，S_i の直積を S とする．関数 $g:S\rightarrow A$ をメカニズム（ゲーム形式）と呼ぶ．戦略のプロファイル $s=(s_1,s_2,\dots,s_n)\in S$ で，i番目の戦略のみを s_i' に変更したものを(s_i',s_{-i}) とする．s が参加者 i の支配戦略(dominant strategy)であるというのは，任意のs'に対し

$$g(s_i,s_{-i}')(\geqq,e_i)g(s')$$

が成立することをいう．ここで真の選好が e_i の時，支配戦略の集合を $D_g(e_i)$，$D_g(e_i)$ の直積を $D_g(e)$ とし，$D_g:E\twoheadrightarrow S$ を均衡対応と呼ぶ．[17]　２つの矢印は（関数ではなく多値関数を示す）対応を意味する．この均衡集合をメカニズムgで評価すると帰結 $g\cdot D_g(e)$ を得る．もし社会選択関数fと $g\cdot D_g$ が一致するなら，各参加者が自己の利益を最大にするという行動の結果，社会的にも望ましい帰結が得られることになる．すなわち，メカニズムgが社会選択関数fを支配戦略均衡で遂行(implement in dominant strategy equilibria)するというのは，任意の e に対し，

$f(e) = g \cdot D_g(e)$

が成立することをいう．遂行問題をマウント・ライターは下図の三角形で示した．

$$
\begin{tikzcd}
E \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, "D_g"'] & & A \\
& S \arrow[ur, "g"'] &
\end{tikzcd}
$$

図６　マウント・ライターの三角形

遂行問題は，社会選択関数fを均衡対応とメカニズムに分解できるかどうかに帰着する．遂行問題のバリエィションに正直遂行がある．S = E とおき，メカニズムgが社会選択関数fを支配戦略均衡で正直に遂行する(implement truthfully in dominant strategy equilibria)というのは，任意の e に対し，$e \in D_g(e)$ および $g(e)=f(e)$ が成立することをいう．fが多値関数の場合は，後者の条件は $g(e) \in f(e)$ となるが，fが関数の場合には，メカニズムと社会選択関数が一致する．このようなメカニズムを自然な選好表明メカニズム(natural direct-revelation mechanism, ＮＤＲＭと略)と呼ぶ．上述の不可能性定理のメカニズムはＮＤＲＭである．社会選択関数fが操作不能（ないしはＩＣ）であるというのは，fがfを支配戦略均衡で正直に遂行することをいう．fが正直に遂行されることは，fが支配戦略均衡で遂行されることの必要条件になっている．これが表明原理である．(13)

表明原理(revelation principle): あるメカニズムgがfを支配戦略均衡で遂行するならば，fを支配戦略均衡で正直に遂行できる．

前提により，任意の e に対し，$f(e) = g \cdot D_g(e)$． それ故，任意のｉ，任意の$s_i^* \in D_g(e_i)$ および任意の (s_i, s_{-i}) に対し，

(1) $g(s_i^*, s_{-i})(\geqq, e_i)g(s_i, s_{-i})$．

ここで e_i に対し均衡集合 $D_g(e_i)$ の中から戦略を一つ選び関数 $s_i^*:E_i \to S_i$ を作り，$s_{-i}^*(e_{-i})=(s_1^*(e_1),\ldots,s_{i-1}^*(e_{i-1}),s_{i+1}^*(e_{i+1}),\ldots,s_n^*(e_n))$とすると，(1)が満たされているので，任意のｉと s_i に対し，

(2) $g(s_i^*(e_i), s_{-i}^*(e_{-i}))(\geqq, e_i)g(s_i, s_{-i}^*(e_{-i}))$．

(2)は任意の s_i に対し成立するので，任意の e_i' に対し $s_i^*(e_i')$ を s_i に代入しても成立する．任意の e に対し，$f(e) = g \cdot D_g(e)$ が成立しているので，$g(s_i^*(e_i), s_{-i}^*(e_{-i}))=f(e)$, $g(s_i^*(e_i'), s_{-i}^*(e_{-i}))=f(e_i', e_{-i})$．それ故，任意のｉ，任意の $e=(e_i, e_{-i})$， 任意の e_i' に対し，

$f(e)(\geqq, e_i)f(e_i', e_{-i})$

を得る．すなわち，任意の e に対し，$e \in D_f(e)$ となり，すべての参加者にとって真の選好表明が支配戦略となる．▮

表明原理の対偶をとると，ある社会選択関数を支配戦略で正直に遂行できないならば，それを支配戦略均衡で遂行するメカニズムが存在しないことになる．ハーヴィッツの定理においては，ＰＯかつＩＲを満たすような社会選択関数を支配戦略均衡で遂行することが不可能であることを意味する．競争均衡配分はＰＯかつＩＲを満たすので，競争均衡配分を帰結とするような社会選択関数を支配戦略均衡で遂行することはできない．ＧＳ定理においては，選好表明以外のメカニズムを用いたとしても，非独裁的な社会選択関数を支配戦略均衡で遂行することは不可能である．さらに公共財を含む経済においても，社会選択関数による帰結がＩＲである限り，それを支配戦略均衡で遂行できない．例えば，リンダール均衡配分，寄付メカニズムによる配分はＩＲを満たすが故に，支配戦略均衡で遂行できないことになる．[19] 表明原理をそのまま受け入れたとしても，選好表明メカニズムによる支配戦略均衡の集合 $D_f(e)$ が非常に大きく，しかもその中に真の選好表明による帰結よりもパレート優位な帰結がある場合には，真の選好表明による帰結が実現するという保証はなにもない．[20] すなわち，表明原理の逆は必ずしも成立しないのである．しかし，ダズグプタ＝ハモンド＝マスキン(1979)が示したように，社会選択関数が一価でしかも各参加者の選好に無差別を認めないならば，表明原理の逆が成立する．[21] fが支配戦略均衡で正直に遂行できるならば，任意の e に対し，$e \in D_f(e)$．ここで $f \cdot D_f(e)=f^*(e)$ とし， $f^*=f$ を示せば，fがfを支配戦略で遂行することになる．任意に $e', e'' \in D_f(e)$ を選び，$f(e')=f(e'')$ を示す．e' が支配戦略均衡でしかも参加者１の選好に無差別が認められていないので，$f(e_1', e_2', \ldots, e_n')=f(e_1'', e_2', \ldots, e_n')$． これを各参加者について繰り返すと，$f(e')=f(e'')$ を得る．表明原理の逆が成立するための条件をさがすというよりも，各参加者の戦略の集合を E_i を含む集合に拡大する事により，$D_g(e)=\{e\}$ となるメカニズムの設計を マ＝ムーア＝ターンブル(1988)，ムカジ＝ライチェルシュタイン（1990）が試みており，ムカジ＝ライチェルシュタインは，これを拡大表明メカニズムと呼んでいる．

それでは，真の選好表明が支配戦略均衡となるメカニズムは設計できないのだろうか．前述の不可能性定理によると，少なくともＩＲを放棄しなければならない．ＰＯとＩＲを放棄し，さらに効用関数を貨幣額で表現可能であるとすることにより，そのようなメカニズムが設計可能であることを示したのがクラーク（1971）によるピヴォタル・メカニズム(pivotal mechanism)である．[22] あるコミュニティが公共プロジェクトを実行するか否かという意思決定に迫られているとし，そのプロジェクトの費用を誰がどれだけ負担するかという問題は解決済み（例えば，均等割り）としよう．コミュニティの各々の成員ｉは，このプロジェクトから e_i 万円分だけの純利得（＝利得－負担額）を得るとし，コミュニティの当局は各成員から表明された純利得に基づいてプロジェクト実行の是非を決めるとする．表明された純利得を真の純利得(e_i)と区別するために，これを w_i とする．ピヴォタル・メカニズムは，２つのルールから成る．

ルール１：もし $w_1+w_2+\ldots+w_n \geq 0$ ならば，プロジェクトを実行する；
もし $w_1+w_2+\ldots+w_n < 0$ ならば，プロジェクトを見送る．

成員ｉ以外の表明純利得の和（$\Sigma_{j\neq i}w_j$）と全員の表明純利得の和の符号が異なっている場合，ｉをピヴォタル・エイジェントという．ｉ以外の成員の決定（例えば，$\Sigma_{j\neq i}w_j \geq 0$）

にｉが加わることによってその決定を覆す（$\Sigma_j w_j<0$）という訳である．

ルール２：　ピヴォタル・エイジェントｉは，ｉ以外の表明純利得の和の絶対値（$|\Sigma_{j\neq i}w_j|$）を税として当局に納める．

表２で示されるような成員が３人の場合を考えてみよう．$w_1+w_2+w_3=1$ なので，ルール１によりこのプロジェクトは実行される．成員１は，ピヴォタル・エイジェントである．１が意思決定に加わらなければプロジェクトが見送られたのにも関わらず，１が加わることによりプロジェクトが実行されることになる．成員３もピヴォタル・エイジェントであり，２はそうではない．ここで成員１の純利得が１０（$e_1=10$）だとしよう．このときピヴォタル・メカニズムによる１の利得は，１である（$e_1+\Sigma_{j\neq 1}w_j=10-9=1$）．ここで１は e_1 以外の値を報告してより得をするのだろうか．$w_1\geqq 9$ の場合には，プロジェクトが実行されるので，メカニズムによる成員１の利得はやはり１である．$w_1<9$ の場合，プロジェクトが実行されなくなると同時に成員１がピヴォタル・エイジェントではなくなるので，メカニズムによる利得は０となる．それゆえ，真の純利得表明がうそをつくことよりもよい．成員３の場合も同様である．成員２の真の純利得が -15 の場合，$w_2\geqq -16$ である限り，プロジェクトは実行され，メカニズムによる利得（-15）には変化がない．$w_2<-16$ の時，プロジェクトが見送られて成員２がピヴォタル・エイジェントになるので，メカニズムによる利得が -16 になる．よってうその純利得を表明するインセンティヴを失う．

成員	1	2	3
w_i	１０	－１５	6
$\Sigma_{j\neq i}w_j$	－9	１6	－5
クラーク税	9	0	5

表２：　ピヴォタル・メカニズムによるクラーク税の例．

ピヴォタル・メカニズムでは，当局がピヴォタル・エイジェントから税を集めるが，補助金を成員に与えることはない．ピヴォタル・エイジェントが支払う税額は，そのエイジェントの表明で変化できないし，さらにその税額は常に報告した純利得よりも小さい（成員１の場合，表明純利得が１０で，税額が９）．それ故，真の選好表明が支配戦略になるのである．

ピヴォタル・メカニズムは，パレート最適なプロジェクトの選択を行うが，ピヴォタル・メカニズムによる配分はパレート最適ではない．表１の例だと，プロジェクトを実行する方がしないよりもパレート優位となる．なぜなら，例えば，１が２に９．５，３が１に５．６だけ利得をゆずることにより，３人の利得は，（０．５，０．１，０．４）となり，プロジェクトを実行しない場合の利得である（０，０，０）をパレートの意味で優越するからである．しかし，当局が常に税を徴収するので，ピヴォタル・メカニズムによる配分は，パレート最適ではない．徴収した税金を均等割りにして成員に返せば，パレート優位

な配分を作る得るからである．もちろん，そうすることにより，真の選好表明が支配戦略になるという特性を失うことになろう．さらには，上記の例のように，プロジェクトが実行された場合，成員２のように，現状よりも悪くなるのでＩＲではない．[23]

真の選好表明が支配戦略になるという条件は，個々の成員ないしは参加者が他の参加者の行動に関与する必要がないということを意味する．それゆえ，ＩＣの条件としては，最も望ましいといえるが，問題はそのようなメカニズムが設計不能な場合が多いということである．それでは，ＩＣの条件を緩め，ナッシュ均衡を用いた場合どうなるのだろうか．

２．ナッシュ遂行

真の選好表明が支配戦略であるというインセンティヴの条件を緩めて，真の選好表明がナッシュ戦略であるとしたら設計可能なメカニズムのクラスは広がるのであろうか．ダスグプタ＝ハモンド＝マスキン（1979）は，真の選好表明が支配戦略均衡であることとそれがナッシュ戦略均衡であることは同値であることを示した．すなわち，選好表明でしかも真の選好に固執するかぎり，支配戦略概念からナッシュ戦略概念に変えたところで何の変化もないのである．真の選好のプロファイル e がメカニズム g のもとでナッシュ戦略均衡であるというのは，任意の i，任意の e_i' に対し，

$$g(e)(\geq, e_i)g(e_i', e_{-i})$$

が成立することをいう．定義により，真の選好表明が支配戦略であるならば，それはナッシュ戦略である．逆に，任意の真の選好 $e=(e_i, e_{-i})$ に対し，任意の i,任意の e_i' に対し，$g(e)(\geq, e_i)g(e_i', e_{-i})$ が成立することは，e が g のもとで支配戦略になっていることを意味する．

この同値性は真の選好表明にこだわるからであって，戦略の集合を選好集合に限らなければ，ナッシュ均衡でパレート最適な社会選択関数を遂行できる可能性がある．これを示したのがグロヴズ＝レッジャード(1977)の先駆的な業績である．彼らのアイデアは，彼らのメカニズムそのものではないが，ハーヴィッツ(1986)に従って次のメカニズムで示すことができる．１つの公共財(y)，１つの私的財(x)，線形の公共財の生産関数($y=f(x)=x$)，微分可能な効用関数($u_i(x_i, y)$)を持つ３人の参加者から構成される経済を考えよう．初期保有として各参加者はw_iの私的財を持っているとする．各々の参加者の戦略集合を実数の集合（$S_i=R$）とし，表明された実数のプロファイル（$s=(s_1, s_2, s_3)$）に従って公共財の水準（$y(s)$）と各参加者に課される税（$t_i(s)$）が以下のメカニズムによって決定される．

$$y(s) = (s_1+s_2+s_3)^2$$
$$t_1(s) = s_1^2+2s_2s_3$$
$$t_2(s) = s_2^2+2s_3s_1$$
$$t_3(s) = s_3^2+2s_1s_2.$$

任意の s に対し，バランス条件

$$y(s) = (s_1+s_2+s_3)^2 = t_1(s)+t_2(s)+t_3(s)$$

が成立しているので，税収入でちょうど公共財の供給ができる．効用関数に上記のメカニズムを代入し，ナッシュ均衡を求めてみよう．内点解を想定すると一階の必要条件は，

$$\partial u_1(w_1-t_1(s),y(s))/\partial s_1$$
$$= (\partial u_1/\partial x_1)(-2s_1) + (\partial u_1/\partial y)2(s_1+s_2+s_3) = 0.$$

それゆえ，各参加者の限界代替率を足し合わせると，

$$\frac{\partial u_1/\partial y}{\partial u_1/\partial x_1} + \frac{\partial u_2/\partial y}{\partial u_2/\partial x_2} + \frac{\partial u_3/\partial y}{\partial u_3/\partial x_3} = \frac{s_1+s_2+s_3}{s_1+s_2+s_3} = 1.$$

すなわち，パレート最適性の必要条件であるサミュエルソン条件を得る．公共財がある経済においては，負担をせずにその財からの便益を得ようとするフリー・ライディングが起こるが故に過小供給がおこりパレート最適な公共財水準は達成できないとされていたが，グロヴズ＝レッジャード・メカニズム（ＧＬメカニズムと略）はパレート最適な公共財水準をナッシュ均衡で遂行することに成功したのである．ただ，ＧＬメカニズムでは，初期保有点よりも悪い財配分になるような参加者がでる可能性があり，それゆえに個人合理性を満たすメカニズムについては，ハーヴィッツ(1979)，ウォーカー(1981)まで待たねばならない．

同じ頃，社会選択の環境で，社会選択対応をナッシュ均衡で遂行するための必要条件，十分条件を発見したのがマスキンである．

マスキンの定理 [Maskin (1977)] (a) もし社会選択対応がナッシュ遂行可能であるとするならば，マスキン単調性を満たす．
(b) 参加者が少なくとも３人いる社会において，もし社会選択対応がマスキン単調性と非拒否権性(no veto power, ＮＶＰと略)を満たすならば，ナッシュ遂行可能である．

以下では社会選択が対応（多値）の場合も扱う．そこで，社会選択対応を$F:E \twoheadrightarrow A$で示し，任意の e について $F(e) \neq \phi$ とする．参加者 i の選好が e_i の時，選択対象 $a \in A$ における弱下位集合(weak lower contour set)を $L(a,e_i)=\{b \in A \mid a(\geqq,e_i)b\}$ で示すことにすると，$\bar{s} \in S$ が環境 e に対するメカニズム g のナッシュ均衡であるというのは，任意の i について $g(S_j,\bar{s}_{-j}) \subseteq L(g(\bar{s}),e_j)$ が成立することをいう．ただし，$g(S_j,\bar{s}_{-j})= \{g(s_j,\bar{s}_{-j}) \in A \mid \exists s_j \in S_j\}$．環境が e の時 g によるナッシュ均衡の集合を $N_g(e)$ と定め，$N_g:E \twoheadrightarrow A$ をナッシュ均衡対応と呼ぶ．このとき，メカニズム g が社会選択対応 F をナッシュ均衡で遂行するというのは，任意の $e \in E$ に対し，$g \cdot N_g(e) = F(e)$ が満たされることをいう．$g \cdot N_g(e) = F(e)$ が $g \cdot N_g(e) \neq \phi$ および $g \cdot N_g(e) \subseteq F(e)$ におき変わると，g が F をナッシュ均衡で弱く遂行するという．前節で定義した社会選択対応 F のマスキン単調性は，任意の $e,e' \in E$, 任意の $a \in F(e)$ ，任意の i について $L(a,e_i) \subseteq L(a,e_i')$ ならば，$a \in F(e')$ となる．

マスキン単調性がナッシュ遂行性の必要条件となっていることを示そう．[24] まず任意の $e,e' \in E$, 任意の $a \in F(e)$ ，任意の i について $L(a,e_i) \subseteq L(a,e_i')$ と想定する．$a \in F(e')$ を示さねばならない．F はナッシュ均衡で遂行されるので，あるメカニズムが存在し，

$$a \in g \cdot N_g(e) = F(e)$$

が成立する．それ故，$g(\bar{s}) = a$ となる $\bar{s} \in N_g(e)$ が見つかる．$\bar{s}$ は e に対するナッシュ均衡なので，各 i について

$g(S_i, \bar{s}_{-i}) \subseteq L(g(\bar{s}), e_i)$

を得る．前提により $L(a,e_i) \subseteq L(a,e_i')$．ゆえに $\bar{s}$ は e' に対するナッシュ均衡にもなっている．すなわち，$\bar{s} \in N_g(e')$．F は ナッシュ遂行できるので，

$a \in g \cdot N_g(e') = F(e')$.▮

ナッシュ遂行性の十分条件として，社会選択対応のマスキン単調性とともに非拒否権性を用いた．F が非拒否権性を満たすというのは，任意の $a \in A$，任意の $e \in E$ に対し，

$\#\{i \mid L(a,e_i) = A\} \geqq n-1$ ならば $a \in F(e)$

が成立することをさす．[25] ここで n は参加者の総数である．すなわち，a が一番であるという参加者が少なくとも n-1 人いる場合，残りの参加者は a が選ばれることを拒否できないのである．[26] 十分条件の証明は実際にメカニズムを設計することによってなされた．戦略の集合を

$S_i = E \times A \times \{0,1,\ldots,n-1\}$,[27]

$s_i=(t_i,m_i)$，ただし t_i は選好のプロファイルと選択対象，m_i は 0 から n-1 までの整数とし，メカニズムを次のように定める．

ルール１： もし$t_1=t_2=\ldots=t_n=(e,a)$ および $a \in F(e)$ ならば，
$g(s_1,s_2,\ldots,s_n) = a$.

ルール２： もし参加者 j をのぞいてすべての k につて $t_k=(e,a)$ および$a \in F(e)$ ならば，

$$g(s_j,s_{-j}) = \begin{cases} a_j & \text{if } a_j \in L(a,e_j)\text{[28]} \\ a & \text{otherwise} \end{cases}$$

ルール３： ルール１，ルール２のどちらにも該当しない場合は，

$g(s_1,s_2,\ldots,s_n) = a_r$，ただし $r = (\Sigma m_k)(\mathrm{mod}\ n) + 1$.

全員の選好のプロファイルと選択対象に関する戦略が一致し，しかも表明された帰結が表明された選好のプロファイルで評価し社会的に望ましいならば，その帰結を選ぶというのがルール１である．ルール２においては，一人離脱者がいる場合，帰結はその離脱者の a における弱下方集合の外にはでないように仕組まれている．ルール３は例で示そう．３人の参加者の整数の表明が $m_1=1,m_2=2,m_3=1$ だとすると，その和は，４となり，４を３で割った余り（$(\Sigma m_k)(\mathrm{mod}\ n)$）は１である．それゆえ，r=2 となり，参加者２はどんな帰結でも選ぶことができるようになる．もちろん参加者２以外の参加者も整数表明を変えることにより，参加者２と同様に任意の帰結を選び得る．すなわち，ルール３は戦略表明に食い違いのある場合がナッシュ均衡にならないように工夫されている．

上記のメカニズムが実際にＭＭとＮＶＰを満たす社会選択対応 F をナッシュ遂行する事を確かめるためには，任意の e に対し $g \cdot N_g(e) \supseteq F(e)$ 及び $g \cdot N_g(e) \subseteq F(e)$ を示せば

よい．前者は選好のプロファイルが e の時，任意に F(e) の中から a を選び，全員がt_i =(e,a) で $a \in F(e)$ を満たす戦略を表明することにより容易に確認できる．まず，ルール１により g(s)=a. 各参加者 i が戦略 s_i を変えるとルール２が適用されるので， $g(S_i, s_{-i})=L(a,e_i)=L(g(s),e_i)$ となる．すなわち，s は g のナッシュ均衡になっている．この場合はMMもＮＶＰも用いていないが，$g \cdot N_g(e) \subseteq F(e)$ を示す場合に両者が使われる．

$g \cdot N_g(e) \subseteq F(e)$ の詳細な証明はマスキン(1977, 1985)に譲るとして，ここでは証明のスケッチを行う.(29) 任意の e，任意の $\bar{a} \in g \cdot N_g(e)$ をとる．そうすると，$g(\bar{s}) = \bar{a}$ となる e のナッシュ均衡 $\bar{s} = ((t_i,m_i))$ がある．このとき，$\bar{a} \in F(e)$ を示さねばならない．以下３つの場合を考える．

ケース１： すべての i について $t_i = (\bar{e},\bar{a})$ かつ $\bar{a} \in F(\bar{e})$.
ルール２と $\bar{s}$ がナッシュ均衡なので，

すべての参加者 i について，$L(g(\bar{s}),\bar{e}_i) = g(S_i,\bar{s}_{-i}) \subseteq L(g(\bar{s}),e_i)$

を得る．$\bar{a} \in F(\bar{e})$ なので，MMを用いると $\bar{a} \in F(e)$.

ケース２： すべての i について $t_i = (e,a)$ かつ $a \notin F(e)$.
ルール３により，すべての i について $g(S_i,\bar{s}_{-i}) = A$. $\bar{s}$ はナッシュ均衡なので，

すべての参加者 i について，$A = g(S_i,\bar{s}_{-i}) \subseteq L(g(\bar{s}),e_i)$

となり，e_i で評価すると $\bar{a}$ が一番となる．それゆえ，ＮＶＰにより，$\bar{a} \in F(e)$.

ケース３： ケース１，２以外の場合.(30)
ケース１，２が満たされていないので，$t_k \neq t_v$ となる参加者 k,v が存在する．ルール３により，k,v 以外の参加者 i については，$g(S_i,\bar{s}_{-i}) = A$. $t_k \neq t_v$ なので，任意の $j \neq k$, v について，$t_k \neq t_j$ ないしは $t_v \neq t_j$．一般性を失うことなく$t_k \neq t_j$ とすると，
$g(S_k,\bar{s}_{-k}) = A$. それゆえ，ＮＶＰにより $\bar{a} \in F(e)$.∎

リンダール均衡配分は，実現可能な配分集合の内部でMMとＮＶＰを満たす．それゆえに実現可能な配分集合の内点でリンダール均衡配分はナッシュ遂行可能である．マスキンの定理におけるメカニズムは抽象的な社会選択環境で構築されたものであり，経済的な構造を導入するとかなり簡単なメカニズムが構築されることをハーヴィッツ(1979)，ウォーカー(1981)が示している．ここでは，ウォーカー・メカニズムをさきのＧＬメカニズムと同じ環境で n 人の場合について紹介しよう．私的財の価格を１とするとき，価格と配分 $((p_1^*,p_2^*,\ldots,p_n^*),(x_1^*,x_2^*,\ldots,x_n^*;y^*))$がリンダール均衡であるというのは，

すべての参加者 i にとって (x_i^*,y^*) が予算制約 $x_i+p_i^*y = w_i$ のもとで効用関数 $u_i(x_i,y)$ を最大にする解；および

$\Sigma_i x_i^* + y^* = \Sigma_i w_i$ （実現可能性ないしはバランス条件）

が成立していることである．各参加者の戦略集合を実数の集合（$S_i = \mathbb{R}$）としメカニズムを次のように定める．

$y(s) = \Sigma_i s_i$ および $t_i(s) = \{(1/n) + s_{i+2} - s_{i+1}\}y(s)$,

ただし $n \geqq 3$, $n+2=2$, $n+1=1$ とする．ここで $p_i(s) = (1/n) + s_{i+2} - s_{i+1}$ とすると，参加者 i の問題は，制約 $x_i+p_i(s)y(s)=w_i$ のもとで効用関数を最大化することに帰着する．各参加者は戦略を変更することによって自由に公共財の水準を選べるが，$p_i(s)$は他の参加者の戦略によって決められているので変更することができない．すなわち $p_i(s)$ はリンダール価格に対応している．さらに任意の s に対し $\Sigma_i t_i(s) = y(s)$ なのでバランス条件も満たされている．ウォーカー・メカニズムの均衡配分はリンダール均衡配分である．逆にどんなリンダール均衡配分もウォーカー・メカニズムで実現できる．実際，任意にリンダール均衡$((p_1^*,p_2^*,...,p_n^*),(x_1^*,x_2^*,...,x_n^*;y^*))$を与えたとき，連立方程式

$$
\begin{aligned}
&s_1+s_2+...+s_n = y^* \\
&s_2 - s_1 = p_n^* - (1/n) \\
&s_3 - s_2 = p_1^* - (1/n) \\
&..... \\
&s_n - s_{n-1} = p_{n-2}^* - (1/n)
\end{aligned}
$$

の係数行列の行列式の値はｎとなり，解を持つ．さらにこの解はウォーカー・メカニズムの解となっている．ウォーカー・メカニズムはグロヴズ＝レッジャードと同じように参加者が少なくとも３人必要である．２人の場合は，$p_i(s)$ の中に i の戦略が入り，公共財の価格を与件として行動できなくなる．(31)　さらには，$x_i(s) = w_i-p_i(s)y(s)$ とすると，$\forall s,(x_i(s),y(s)) \geqq 0$ （個人実現可能性-individual feasibility-）を満たしていない．すなわち，ある戦略のプロファイルのもとでは，メカニズムによる個人の配分が消費可能性集合に入っていない可能性がある．ＧＬメカニズムも個人実現可能性を満たしていない．バランス条件と個人実現可能性の両者を満たしリンダール均衡配分をナッシュ遂行するメカニズムがハーヴィッツ=マスキン=ポストルウェイト(1984)，ティアン(1989)らによって設計されている．

本節を閉じるにあたって，ナッシュ均衡概念を改善した均衡を用いて遂行するメカニズムに言及しておく．展開形ゲームを用いサブゲーム・パーフェクト・ナッシュ均衡で遂行するメカニズムを設計した ムーア＝レピュロ（1988)，各参加者の戦略の中で支配される戦略を省いてナッシュ均衡で遂行するメカニズムの設計がパルフレィ＝スリバスタバ（1986)，大和(1990)，ジャクソン（1989）らによってなされいる．これらのメカニズム設計に特徴的なことは，マスキンの定理とは異なって，ほぼ環境に制約をおくことなく，遂行に成功している点である．

４．メカニズムの評価

メカニズムの作動特性の評価が用いている均衡概念とメカニズムの様々な特性でなされている．本稿では取り扱わなかったが，支配戦略均衡，ナッシュ均衡に続いてベイズ均衡，非支配戦略による均衡，逐次非支配戦略による均衡などを用いて遂行メカニズムの設計がなされている．(32) メカニズムの特性には，戦略集合の大きさ，バランス条件，個人実現性，メカニズムの連続性（および微分可能性），安定性，複雑さなどが考えられる．メカニズムの実現性(realization)の議論以来,戦略集合の大きさを判定するのに，その集合を含む線形空間の次元が用いられている．マスキンの定理における戦略集合は参加者の選好

のプロファイルを含む大きなものであるが，可能性を示すという意味あいで上限を示したものと考えるべきである．実際に，環境を特定化すれば，リンダール均衡配分を遂行するのにウォーカーの場合，最低の次元で遂行するのに成功している．近年，様々な均衡概念のもとで構築されたメカニズムのほとんどが選好のプロファイルを含む表明を用いているが，環境を特定化することにより単純化されたメカニズムを設計するという仕事が残されている．　設計されたメカニズムの作動特性を評価するもう一つの重要な要因は，そのメカニズムが実際に機能するかどうかという点である．例えば，ピヴォタル・メカニズムでは真の選好表明が支配戦略になっているものの，例における成員１が w_1 と $\Sigma\ w_i$ が共に正である場合，どんなに大きな w_1 を表明したところで利得に差がないことを重視し，かなり大きな w_1 を表明したりすることも考えられる．同じように w_1 が負の成員の場合，逆のことが起こるとするとメカニズムが想定している帰結とはほど遠い結果に終わる可能性すらある．[33]　ＧＬメカニズムに動学的な調整プロセスを導入し，被験者を用いて実験を行った研究に森（1989）があり，ＧＬメカニズムが機能することを報告している．

脚注

1．ここでいう最善とは，真の選好表明が各々の参加者にとって支配戦略になっていることをさす．ある戦略がある参加者にとって支配戦略であるというのは，他の参加者がどのような戦略をとったとしても，その参加者にとってその戦略が最適になることである．

2．経済的な環境のもとでは配分(allocation)，社会選択の環境のもとでは選択対象(alternative)を総称して帰結(outcome)と呼ぶことにする．

3．注1を見よ．

4．以下の証明は，図1を含めてポストルウエイト(1985)に依拠する．

5．ＰＯおよびＩＲを満たすＩＣメカニズムは，どんな選好のプロファイル（各参加者の選好を並べたもの）に対してもＩＣでなければならない．そのようなメカニズムがないことをいうには，ある選好のプロファイルのもとで反例を作ればよい．その反例がもっともらしければもっともらしいほど不可能性定理は強くなる．ここでは，ポストルウェイトの証明に依拠して角のある半直線からなる無差別曲線を用いたが，ハーヴィッツはコブ＝ダグラス型の微分可能な効用関数をもちいている．すなわち，ハーヴィッツのオリジナルな定理のほうが，ポストルウェイトの証明による定理よりも強い．

6．もちろん帰結の数が有限ならば，帰結の集合上でのすべての選好の数は有限である．以下で紹介するギバード＝サタスウエイトの定理はそのような環境を想定している．しかし経済的な環境では，無限集合をよく扱う．エッジワースの箱はその例である． その箱の上で定義された連続で凸な単調関数からなる線形空間の次元は有限ではない．閉区間[0,1]上の連続関数からなる線形空間が無限次元になることを想起せよ．

7．以下の参加者が２人，選択対象が３個の場合のＧＳ定理の証明は，Feldman (1979) の初等証明をさらに簡単にしたもので，Saijo (1988) に依拠している．

8．ＳＰは，non-manipulability などとも呼ばれている．この分野では，同じ概念が異なった名前で呼ばれていたり，異なった概念が同じ名前で呼ばれていることがよくあるので注意されたい．例えば，ハーヴィッツが７２年に用いたインセンティヴ・コンパティビィリティは，真の選好表明が支配戦略であることをさすが，その後様々な均衡概念のもとでＩＣと呼ばれている．

9．ＭＭの例を示そう．$\bar{e}_1$ を $x > y > z$，$\bar{e}_2$ を $y > x > z$ とし，$f(\bar{e}_1,\bar{e}_2)=x$ とする．ここで選好が変化し，$\tilde{e}_1=(x > z > y)$，$\tilde{e}_2=(x > y > z)$ となったとする．ＭＭは，$(\tilde{e}_1,\tilde{e}_2)$ のもとで x が選ばれることを要求している．

10．ステップ１は Muller-Satterthwaite (1977) の背理法による証明に依拠しているが，ここでは直接法を用いた．証明が簡単にｎ人の場合に拡張できることを理解されたい．

11．以下の議論は Saijo(1990) に依拠する．

12. Malinvaud (1971) がコルムの三角形を紹介している.

13. 正三角形の一辺の長さを ℓ とすると，各々 a, b, c を高さとする小三角形の面積の和は $(a+b+c)\ell/2$ となり，これが正三角形の面積 $w\ell/2$ と一致する.

14. Thomson (1987) が明快な解説をしている.

15. 例えば，Hayek (1945) を見よ.

16. 社会的に最適な帰結が1つでない場合もある．本節では1価の場合を扱い，次節以降で対応の場合を考える.

17. 支配戦略均衡を用いているので，個人の均衡集合を考えることができる．ベイジアン均衡の場合は個人の均衡集合は残りの参加者の均衡戦略に依存しているが，e_1の対応として均衡集合をとらえることができるので支配戦略均衡の場合と同じようにして表明原理が成立する．ナッシュ均衡の場合は個人の均衡集合を考えることは出来ないが，選好のプロファイルを表明するという意味での表明原理が成立する．この点については Reppulo (1986) を参照せよ.

18. 表明原理については，Gibbard (1973) 及び Dasgupta-Hammond-Maskin (1979) を参照せよ．なお，支配戦略均衡以外の場合の表明原理については，Repullo (1986) 及び Hammond (1990) を見よ.

19. 寄付メカニズムについては，Warr (1982,1983) 及び Bergstrom-Blume-Varian (1986)を参照せよ.

20. この点を最初に指摘したのは，Dasgupta-Hammond-Maskin (1979) である．Repullo (1986) の例も参照されたい.

21. Repullo (1986) は表明原理において真の選好表明がベイズ均衡（ないしはナッシュ均衡）であると共にそのメカニズムが社会選択関数をベイズ均衡（ないしはナッシュ均衡）で遂行するという条件を加え，これを強い表明原理と呼んでいる.

22. 以下で示すメカニズムは，クラークによるピヴォタル・メカニズムの簡略版である．効用関数表明によるピヴォタル・メカニズムとグロヴズ・メカニズムの解説は，鈴村 (1982) が詳しい．Varian (1984) の7章2節にも簡略化されたモデルの記述がある.

23. パレート最適な公共プロジェクトを選び，しかもＩＣであるメカニズムは数多くある．ピヴォタル・メカニズムもその一つである．この2つの性質を持つメカニズムのクラスを発見したのがグロヴズ (1973) 及びグロヴズ＝ロエブ (1975) である．このクラスに属するメカニズムを総称してグロヴズ・メカニズムと呼ぶ．逆に，上述の2つの性質を持つメカニズムは，グロヴズ・メカニズムである（ラフォン＝マスキン (1980)）． さらに，ラフォン＝マスキン(1980)によれば，グロヴズ・メカニズムの中で，成員から集めた税収入と補助金の合計額がゼロとなるようなメカニズムはない．すなわち，グロヴズ・メカニズムの中にパレート最適な配分も達成するようなメカニズムはないのである．この点については，鈴村 (1982) を参照せよ.

また，ラフォン=マスキン (1982) は，税収入が少なくとも黒字でしかも税収入がピヴォタル・メカニズムよりも常に小さくなるメカニズムが存在しないことも示している．

24．この証明はマスキン(1977)の背理法による証明を直接法で書き換えたものである．

25．参加者が少なくとも3人の純粋交換経済において選好の単調性が満たされるならば，エッジワースの箱の中で少なくとも n-1 人の参加者がベストであるという配分が存在しないので，ＮＶＰは自動的に満たされている．

26．a が一番であるというのは，a 以外にも a と無差別になる帰結があっても差し支えない．すなわち，aよりも好ましい帰結がないという意味である．

27．マスキン(1977)のメカニズムにおける戦略集合は S = E x A であり，整数表明の部分はなかった．７７年のマスキンのメカニズムはＭＭおよびＮＶＰを満たす社会選択対応を必ずしもナッシュ遂行しない．ウィリアムズ(1984)の例を参照されたい．

28．参加者 j の選好 e_j は，j 以外の参加者が表明した選好のプロファイルの中の e_j である．

29．ここでのメカニズムにおいては，各参加者の戦略が選好のプロファイルを含んでいるが，各参加者の戦略の集合が $E_i x E_{i+1} x A x \{0,1,..,n-1\}$ の場合にもＭＭとＮＶＰを満たす社会選択対応をナッシュ遂行するメカニズムが Saijo (1988) によって報告されている．

30．参加者が3人で帰結が２つしかない場合は，以下の証明では不十分である．もちろん，この場合についても，ここで記述したメカニズムは社会選択対応がＭＭとＮＶＰを満たす限りそれをナッシュ遂行する．

31．参加者が２人の場合，リンダール均衡をナッシュ遂行するメカニズムが Miura (1982) によって構築されている．２人の場合のナッシュ遂行については，Moore-Repullo (1990) を見よ．

32．ナッシュ均衡の解釈については Maskin (1985), ベイズ均衡については Jackson (1990), 非支配戦略による均衡については Jackson (1989), 逐次非支配戦略による均衡については Abreu-Matsushima (1990) を参照されたい．

33．筑波大学社会工学類の公共経済学の講義でピヴォタル・メカニズムにおいては真の選好表明が支配戦略であることを示した後，実験を行っているが，真の値に収束しないようである．貨幣によるインセンティヴをつけていないので，つけた場合については，不明である．なお寄付メカニズムにおいても支配戦略を用いない参加者が観察されている．Issac-Walker (1988) を参照せよ．

参考文献

Abreu, D., and H. Matsushima, (1990), "Virtual implementation in iteratively undominated strategies: incomplete information," mimeo., Princeton University.

Bergstrom, T., L. Blume, and H. Varian, (1986), "On the private provision of public goods," Journal of Public Economics 29, 25-49.

Dasgupta, P., P. Hammond, and E. Maskin, (1979), "The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility," Review of Economic Studies 46, 185-216.

Feldman, A., (1979), "Manipulating Voting Procedures," Economic Inquiry 17, 452-74.

Gibbard, G., (1973), "Manipulation of Voting Schemes: A General Result," Econometrica 41, 587-601.

Groves, T., (1973), "Incentives in teams," Econometrica 41, 617-31.

Groves, T. and J. Ledyard, (1987), "Incentive compatibility since 1972," in Information, incentives, and economic mechanisms: essays in honor of Leonid Hurwicz, eds. T Groves, R. Radner and S. Reiter, Minneapolis, University of Minnesota Press, 48-111.

Groves, T., and M. Loeb, (1975), "Incentives and public inputs," Journal of Public Economics 4, 211-26.

Hammond, P., (1990), "A revelation principle for (boundedly) Bayesian rationalizable strategies," European University Institute Working Paper 90/4.

Hayek, F., (1945), "The Use of knowledge in society," American Economic Review, 35 519-30.(邦訳) F．A．ハイエク，(田中真晴・田中秀夫編訳)『市場・知識・自由』第2章 社会における知識の利用 ミネルヴァ書房，1986．

Hurwicz, L., (1972), "On informationally decentralized system," in Decision and organization: a volume in honor of Jacob Marschak, eds. R. Radner and C.B. McGuire, Amsterdam, North-Holland, 297-336.

Hurwicz, L., (1979), "Outcome functions yielding Walrasian and Lindahl allocations at Nash equilibrium points," Review of Economic Studies 46, 217-225.

Hurwicz, L., (1986), "Incentive aspects of decentralization," in Handbook of mathematical economics, vol. III, ed., K.J. Arrow and M.D. Intriligator, Elsevier Science Publisher, 1441-82.

Hurwicz, L., E. Maskin, and A. Postlewaite,(1984), "Feasible implementation of social choice correspondence by Nash equilibria," mimeo.

Hurwicz, L. and M. Walker, (1990), "On the generic non-optimality of dominant-strategy allocation mechanisms: a general theorem that includes pure exchange economies," Econometrica 58, 683-704.

Issac, R., and J. Walker, (1988), "Group size effects in public goods provision: the voluntary contribution mechanism," Quarterly Journal of Economics 179-200.

Jackson, M., (1989), "Implementation in undominated strategies: a look at bounded mechanisms," mimeo., Northwestern University.

Jackson, M., (1990), "Bayesian implementation," forthcoming in Econometrica.

Laffont, J.-J., and E. Maskin, (1980), "A differential approach to dominant strategy mechanisms," Econometrica 48, 1507-20.

Laffont, J.-J., and E. Maskin, (1982), "The theory of incentives: an overview," in Advances in economic theory, ed. W. Hildenbrand, Cambridge: Cambridge University Press, 31-94.

Ledyard, J., and J. Roberts, (1974), "On the incentive problem with public goods," Discussion Paper 116, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Northwestern University.

Ma, C., J. Moore, and S. Turnbull, (1988), "Stopping agents from cheating," Journal of Economic Theory 46, 355-372.

Malinvaud, E., (1971), "A planning approach to the public goods problem," Swedish Journal of Economics 73:96-112.

Maskin, E., (1977), "Nash equilibrium and welfare optimality," mimeo., M.I.T.

Maskin, E., (1985), "The theory of implementation in Nash equilibrium: a survey" in Social goals and social organization, eds., L. Hurwicz, D. Schmeidler and H. Sonnenschein, Cambridge University Press.

Miura, R., (1982), "Counter-example and revised outcome function yielding the Nash-Lindahl equivalence for two or more agnets," mimeo., Keio University.

Mookherjee, D., and S. Reichelstein, (1990), "Implementation via augmented revelation mechanisms," Review of Economic Studies 57, 453-475.

Moore, J., and R. Repullo, (1988), "Subgame perfect implementation," Econometrica 56 1191-1220.

Moore, J., and R. Repullo, (1990), "Nash implementation: a full characterization," Econometrica 58, 1089-99.

Muller E., and M. Satterthwaite (1977), "The equivalence of strong positive association and strategy-proofness," Journal of Economic Theory 14, 412-418.

Palfrey, T., and S. Srivastava, (1986), "Nash implementation using undominated strategies," mimeo., Carnegie-Mellon University.

Postlewaite, A., (1985), "Implementation via Nash equilibria in economic environments," in Social goals and social organization, eds., L. Hurwicz, D. Schmeidler and H. Sonnenschein, Cambridge University Press.

Repullo, R., (1986), "On the revelation principle under complete and incomplete information," in Economic organization as games, eds., K. Binmore and P. Dasgupta, Blackwell.

Satterthwaite M., (1975), "Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions," Journal of Economic Theory 10, 187-217.

Saijo, T., (1988), "Strategy space reduction in Maskin's theorem: sufficient conditions for Nash implementation," Econometrica 56, 693-700.

Saijo, T., (1988), "An elementary proof of the Gibbard-Satterthwaite theorem: the three alternative and two participant case," mimeo.

Saijo, T., (1990), "Incentive compatibility and individual rationality in public good economies," forthcoming in Journal of Economic Theory.

Tian, G.,(1989) "Implementation of Lindahl correspondence by a single-valued, feasible, and continuous mechanism," Review of Economic Studies 56, 613-21.

Thomson, W., (1987), "Lecture on public goods," mimeo., University of Rochester.

Varian, H., (1984), Microeconomic theory, 2nd edition, W.W. Norton.

Walker, M., (1981), "A simple incentive compatible scheme for attaining Lindahl allocations," Econometrica 49, 65-71.

Warr, P., (1982), "Pareto optimal redistribution and private charity," Journal of Public Economics 19, 131-138.

Warr, P., (1983), "The private provision of a public good is independent of the distribution of income," Economics Letters 13, 207-211.

Williams, S., (1984), "Sufficient conditions for Nash implementation," Institute of Mathematics and its Application Preprint Series #70, University of Minneosota.

Yamato, T., (1990), "Double implementation in Nash and undominated Nash equilibria," mimeo., University of Rochester.

森徹，「公共財供給機構の有効性-実験的研究-」 経済研究 40, 1989年, 234-246.

鈴村興太郎，『経済計画理論』 筑摩書房，1982年.