競争市場へのゲーム理論の応用

完全競争市場 (perfectly competitive market)

一消費者や一企業の行動は市場の価格には影響を与えない.

価格は所与のものとして行動する.

全員が価格受容者 (price taker)

不完全競争市場 (imperfectly competitive market)

価格決定者 (price maker)

例：寡占市場 (oligopoly)，独占市場 (monopoly)

独占市場では

z : 生産量＝市場への供給量＝販売量＝需要量

p : 価格

需要関数：価格 p での需要量 z を与える関数

逆需要関数：需要量 z から価格を与える関数

$p=120 - z$

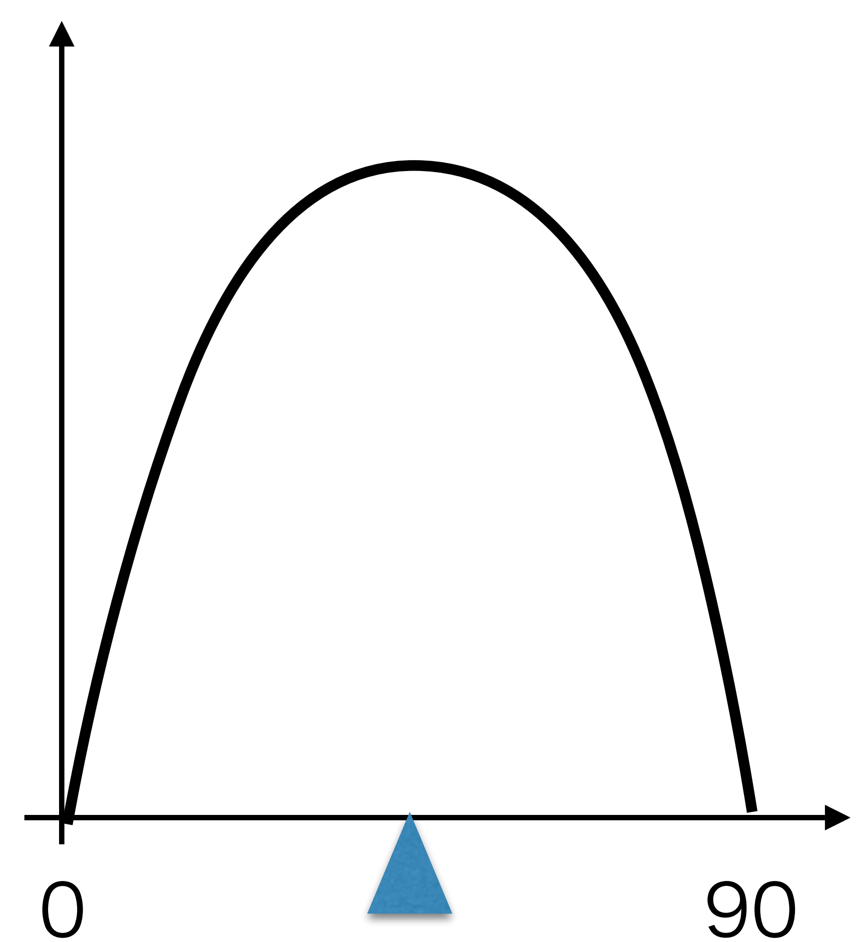
生産費用：30

⇒収入 $R(z)=(120-z)z$

生産費用 $C(z)=30z$

⇒利潤 $\pi(z)=R(z)-C(z)$

$=(120-z)z-30z=z(90-z)$



クールノー競争 (Cournot competition)

寡占市場の生産量同時決定モデル

ベルトラン競争 (Bertrand competition)

寡占市場の価格同時決定モデル

クールノー競争

- A, B ２社の寡占市場
- 価格は販売量 z から逆需要関数 p(z)=120-z で決まる
- A社の販売量 x とB社の販売量 y とを決定する問題
- 生産価格は同一で 30

クールノー競争の例

- A, B ２社の寡占市場
- 価格は販売量 z から逆需要関数 $p(z)=120-z$ で決まる
- A社の販売量 x とB社の販売量 y とを決定する問題
- 生産価格は同一で 30

- 総販売量 $z = x + y$
- Aの利潤 $\alpha(x, y)=(120-z)x-30x=(120-x-y)x-30x$
- Bの利潤 $\beta(x, y)=(120-z)y-30y=(120-x-y)y-30y$

Bの生産量 y が与えられた下でのAの最適な生産量 x^*？

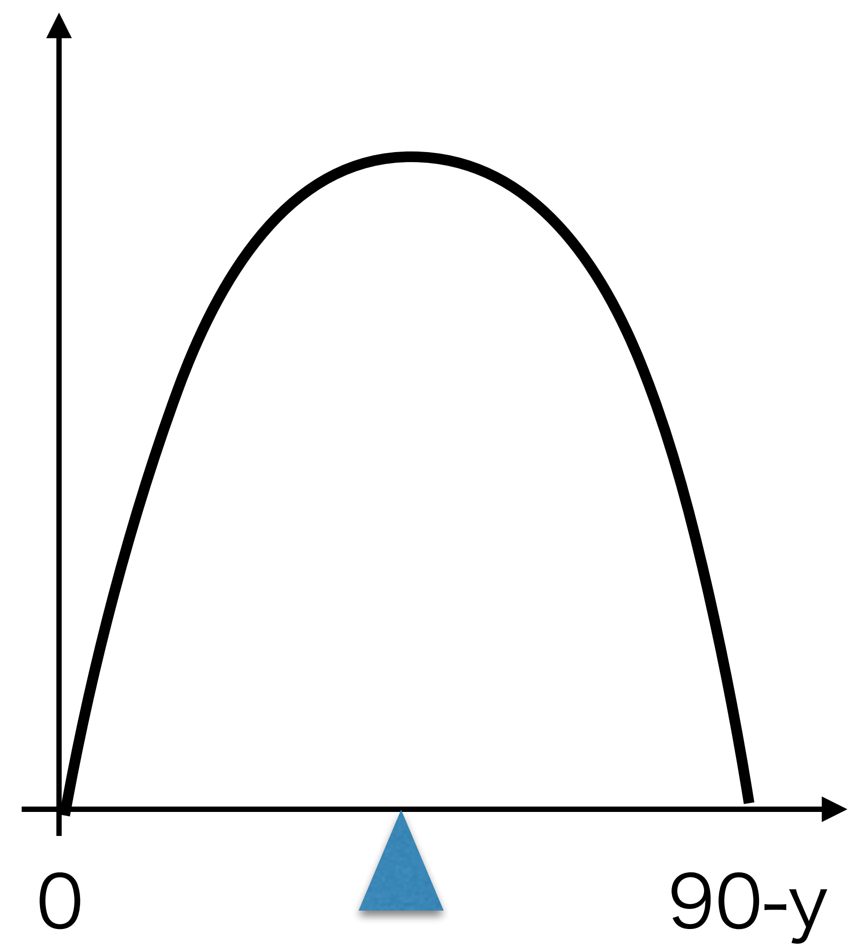
$$\alpha(x, y)=(120-x-y)x-30x=x(120-x-y-30)=x(90-y-x)$$

Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適な生産量 y^*？

$$\beta(x, y)=(120-x-y)y-30y=x(120-x-y-30)=y(90-x-y)$$

Bの生産量 y が与えられた下でのAの最適な生産量 x*

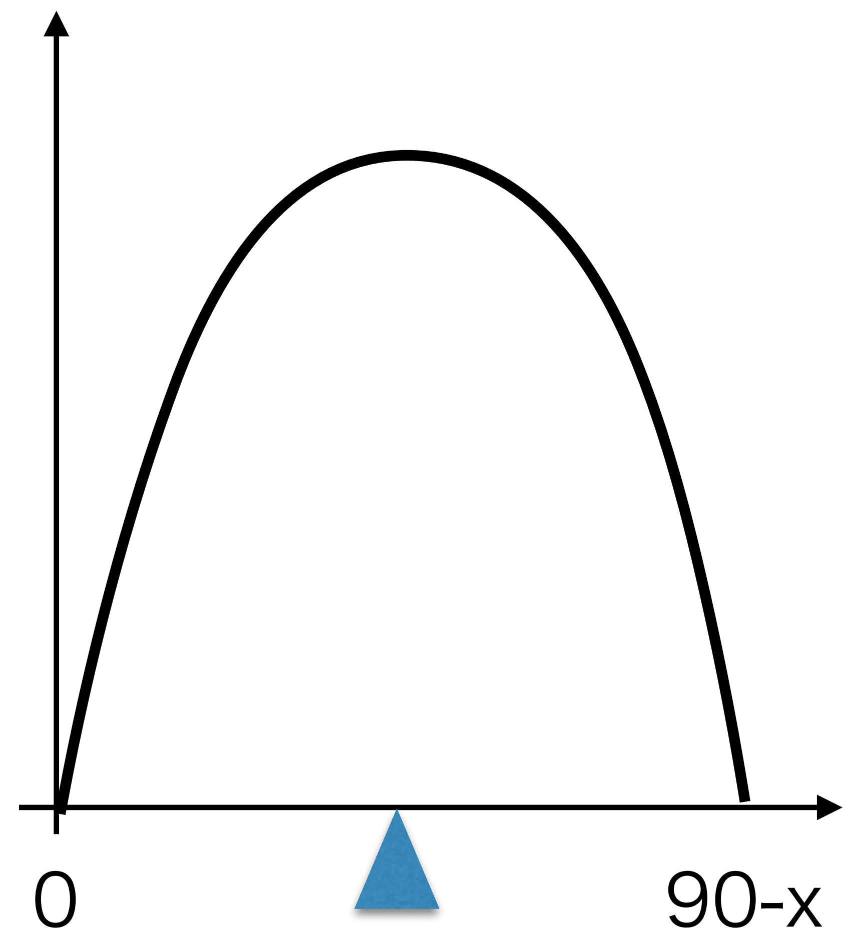
$\alpha(x, y)=(120-x-y)x-30x=x(120-x-y-30)=x(90-y-x)$



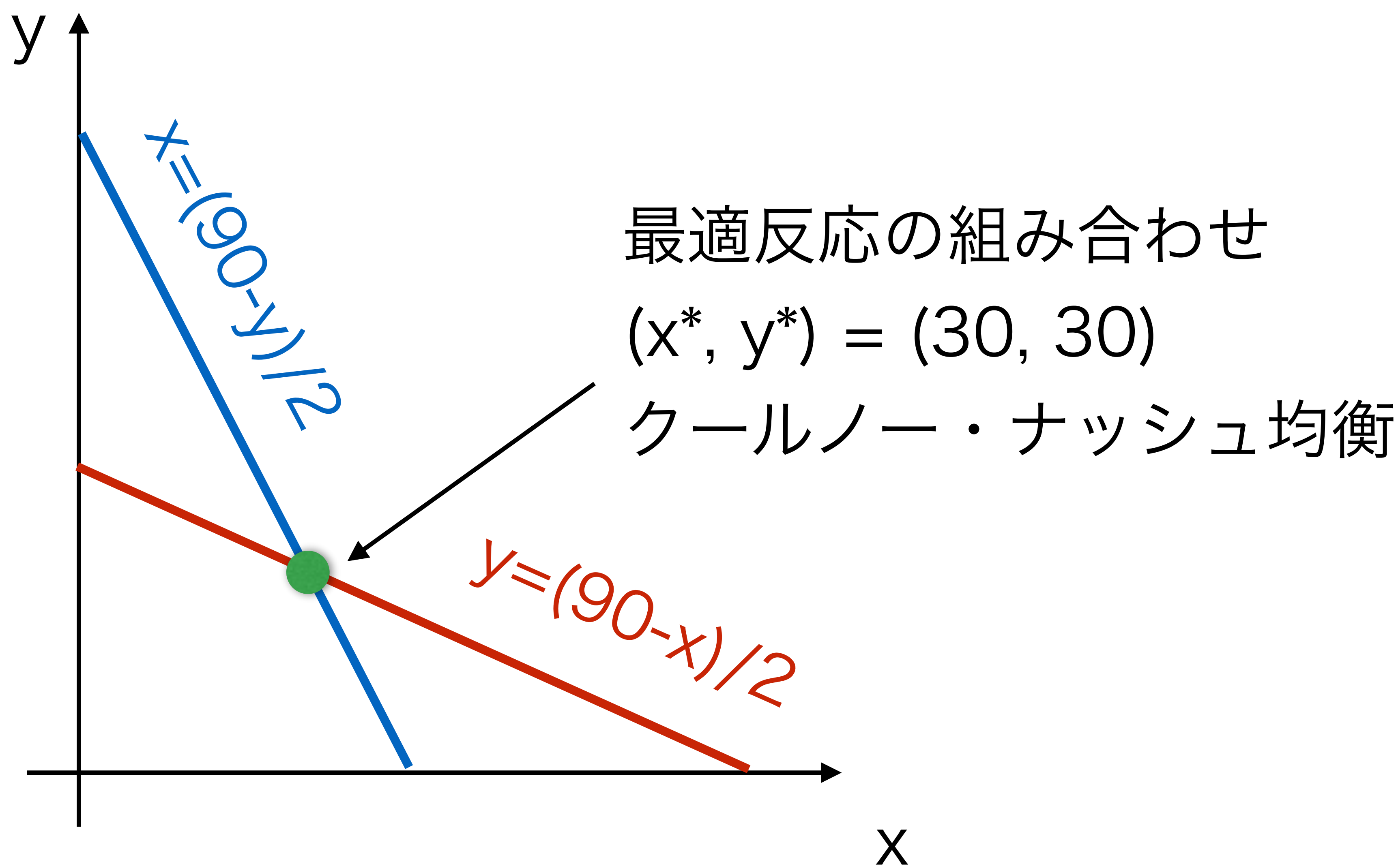
$x^*=(90-y)/2$

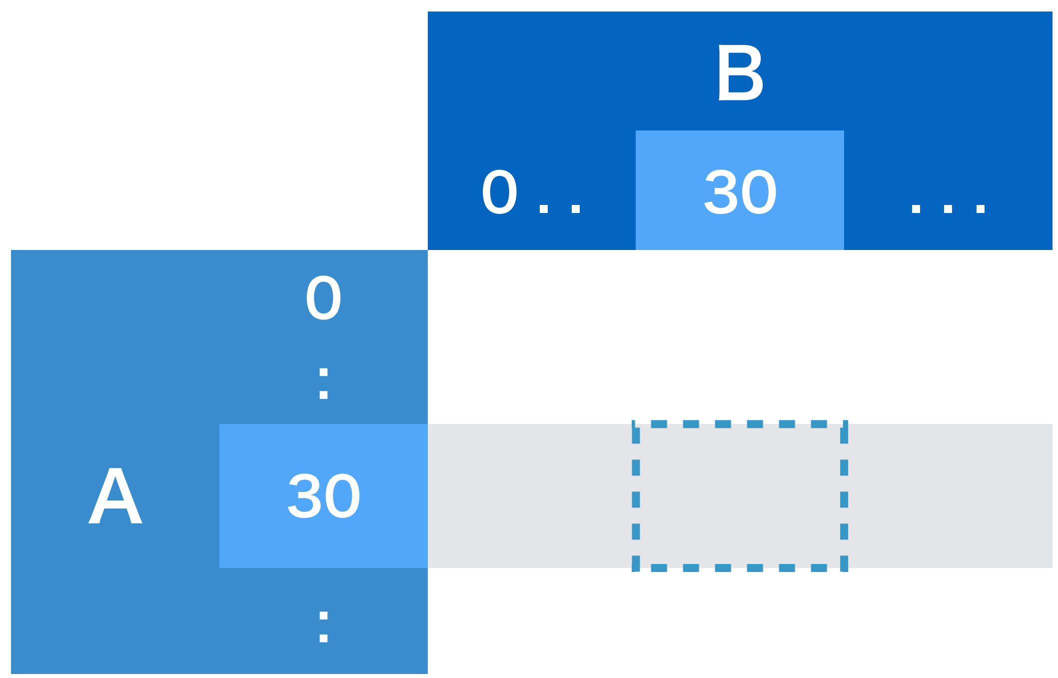
Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適な生産量 y*

$\beta(x, y)=(120-x-y)y-30y=x(120-x-y-30)=y(90-x-y)$



$y^*=(90-x)/2$


y
x
x=(90-y)/2
y=(90-x)/2
最適反応の組み合わせ
(x*, y*) = (30, 30)
クールノー・ナッシュ均衡


B
0 . .
30
. . .
A
0
:
30
:

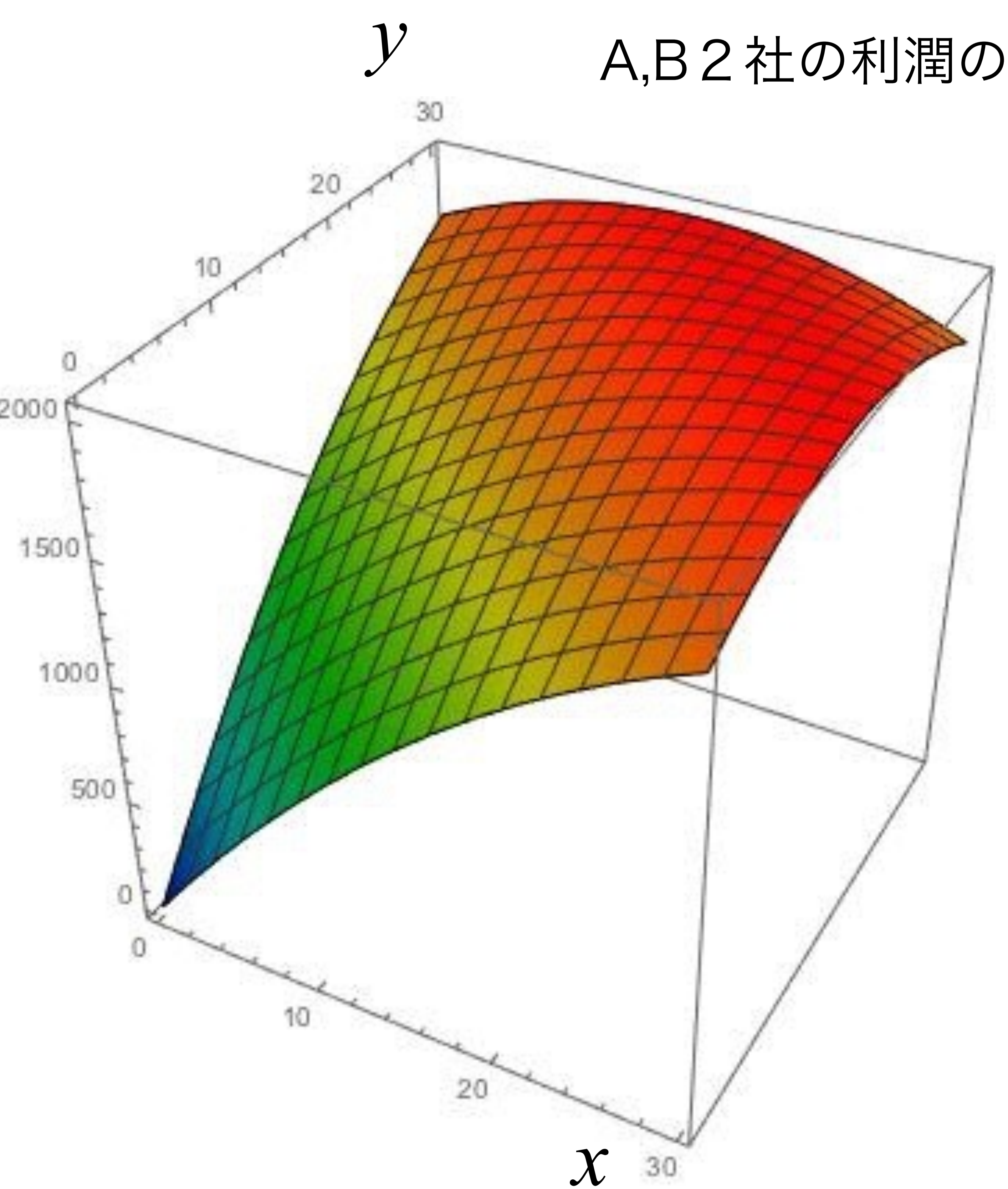
クールノー・ナッシュ均衡$(x^*, y^*) = (30, 30)$での両社の利潤

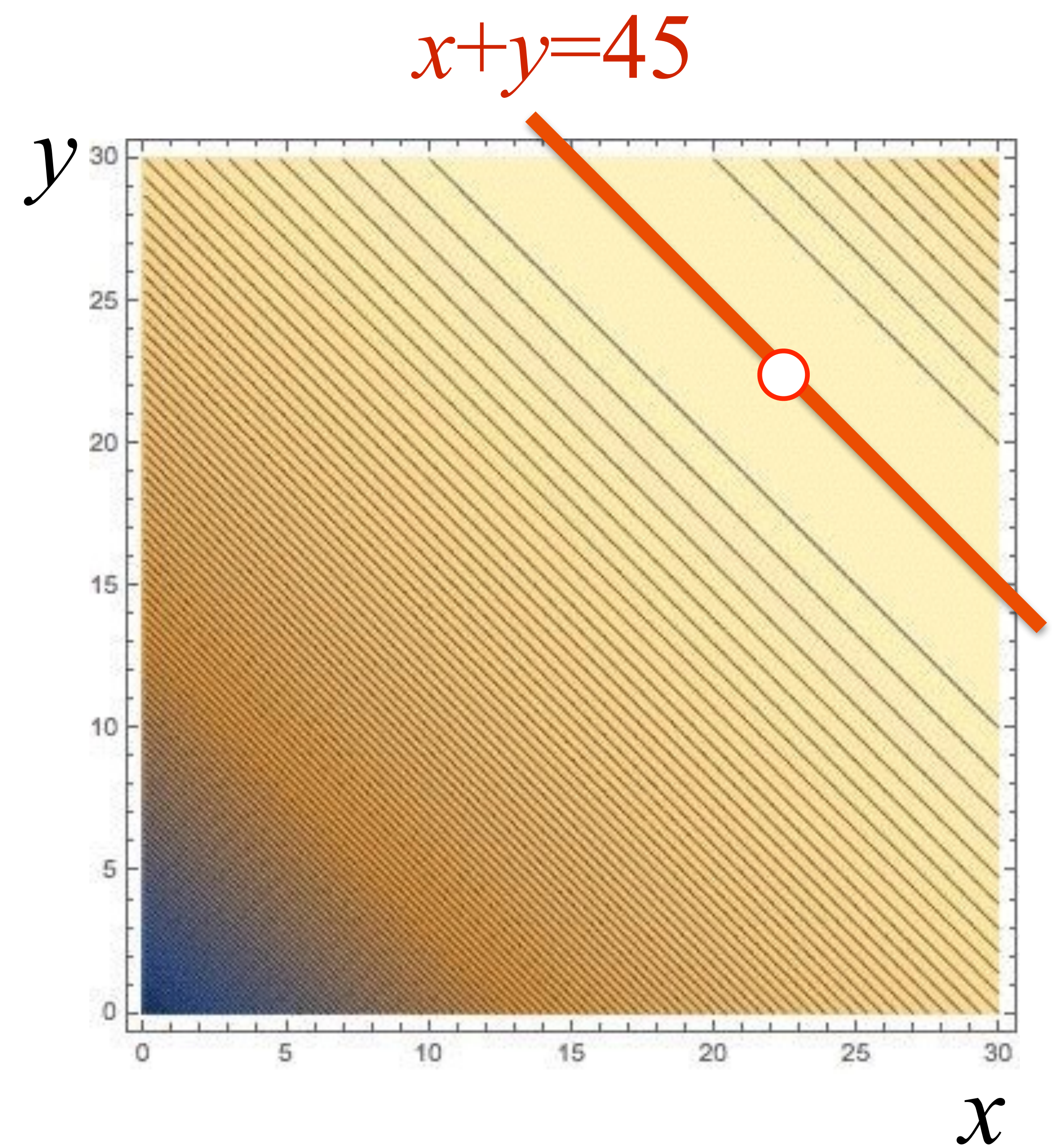
- 総販売量 $z^* = x^* + y^* = 60$
- Aの利潤 $\alpha(x^*, y^*)=(120-z^*)x^*-30x^*$
  $=(120-60)\cdot30-30\cdot30=900$
- Bの利潤 $\beta(x^*, y^*)=(120-z^*)y^*-30y^*=900$
- 合計 $\alpha(x^*, y^*)+\beta(x^*, y^*)=1800$

$(x, y) = (20, 20)$での両社の利潤

- 総販売量 $z = x + y = 40$
- Aの利潤 $\alpha(x, y)=(120-z)x-30x$
  $=(120-40)\cdot20-30\cdot20=1000$
- Bの利潤 $\beta(x, y)=(120-z)y-30y=1000$
- 合計 $\alpha(x, y)+\beta(x, y)=2000$

A,B２社の利潤の合計のグラフと等高線



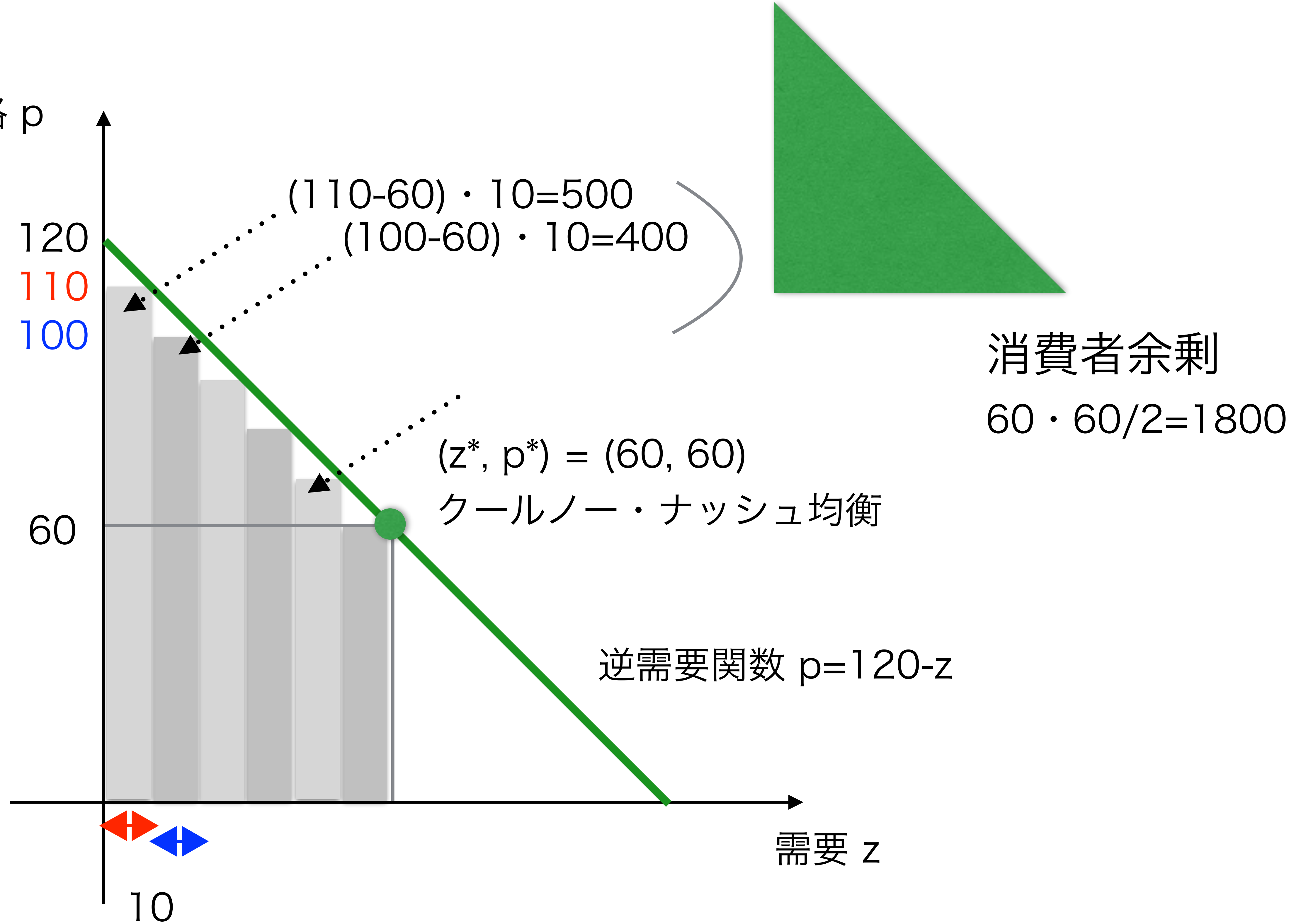


		B	
		20	30
A	20	(1000, 1000)	(800, 1200)
	30	(1200, 800)	(900, 900)

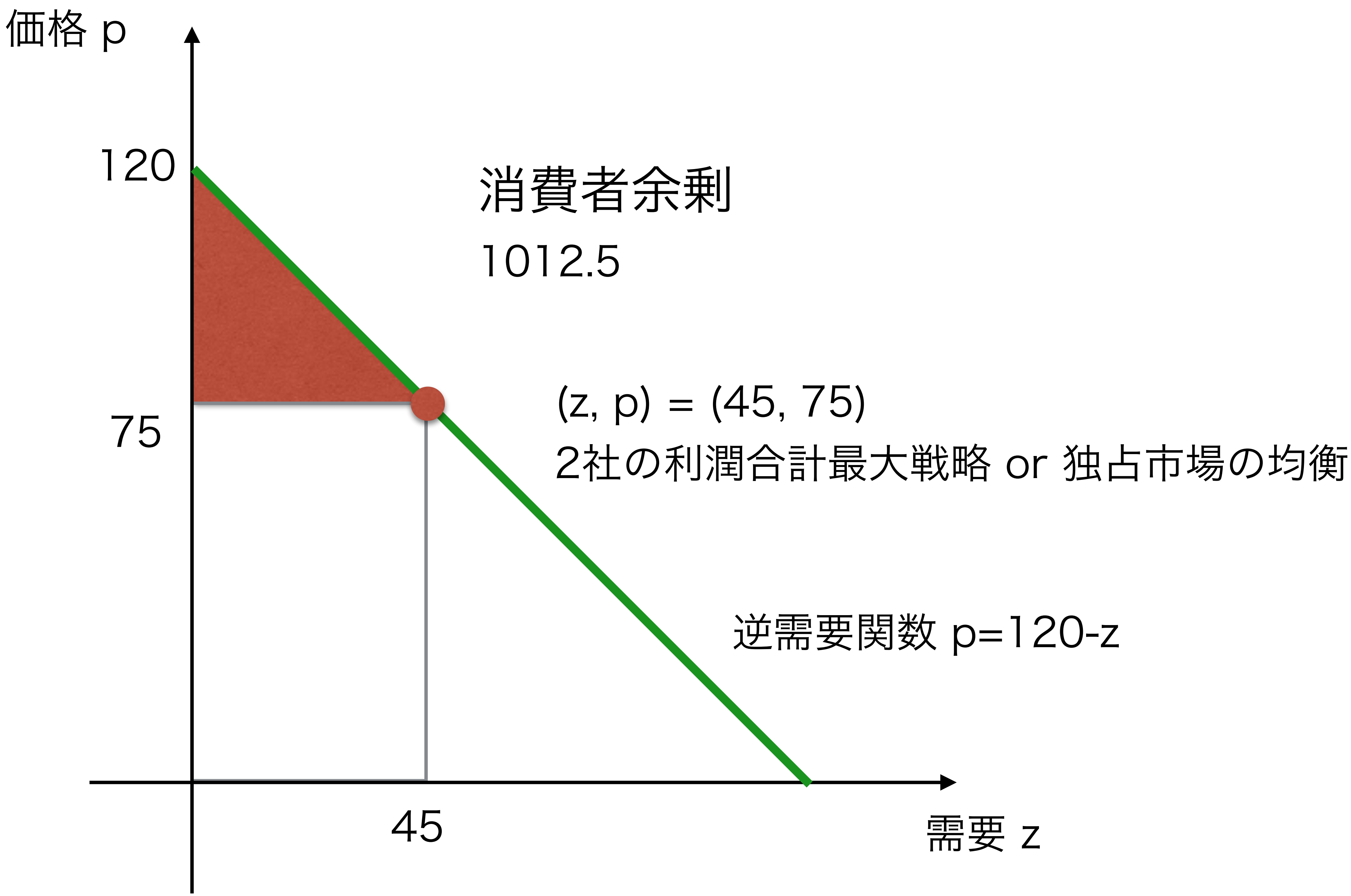
両社の生産量を共に22.5にすれば利潤を最大にできる

⇒　談合，カルテル

クールノー・ナッシュ均衡での消費者余剰



独占市場均衡での消費者余剰



ベルトラン競争 (Bertrand competition)

寡占市場の価格同時決定モデル

例

- A, B ２社の寡占市場
- a : A社の製品の価格
- b : B社の製品の価格
- A社の製品の需要関数 $x(a,b)=120-a+b$
- B社の製品の需要関数 $y(a,b)=120+a-b$
- 生産価格は同一で 30

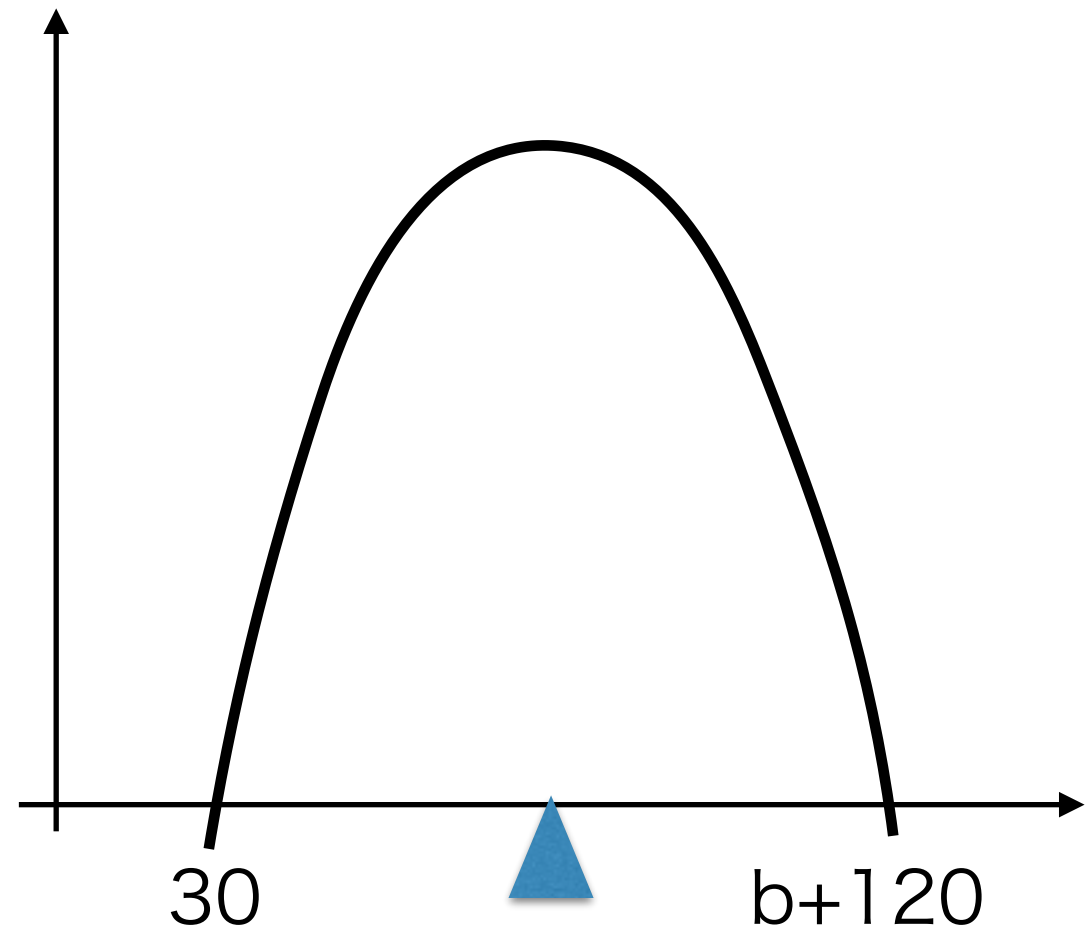
A社の利潤　$\alpha(a,b)=ax-30x=a(120-a+b)-30(120-a+b)$

$=(a-30)(120-a+b)$

A社の利潤　$\beta(a,b)=by-30y=b(120+a-b)-30(120+a-b)$

$=(b-30)(120+a-b)$

$\alpha(a,b)=(a-30)(120-a+b)=-(a-30)(a-(b+120))$

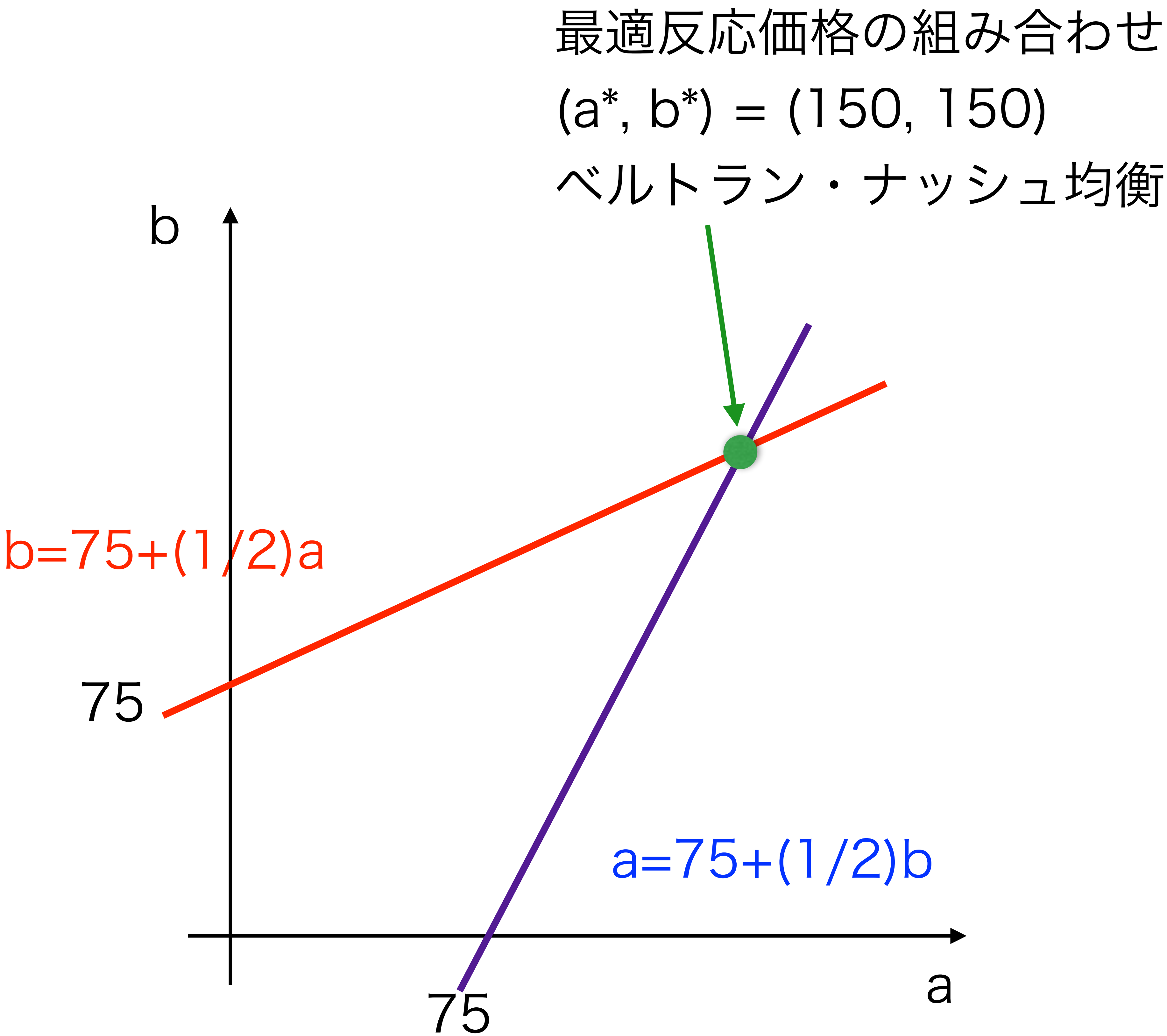


B社の価格が b であるときのA社の最適反応の価格 a*

$$a^*=(30+b+120)/2=75+(1/2)b$$

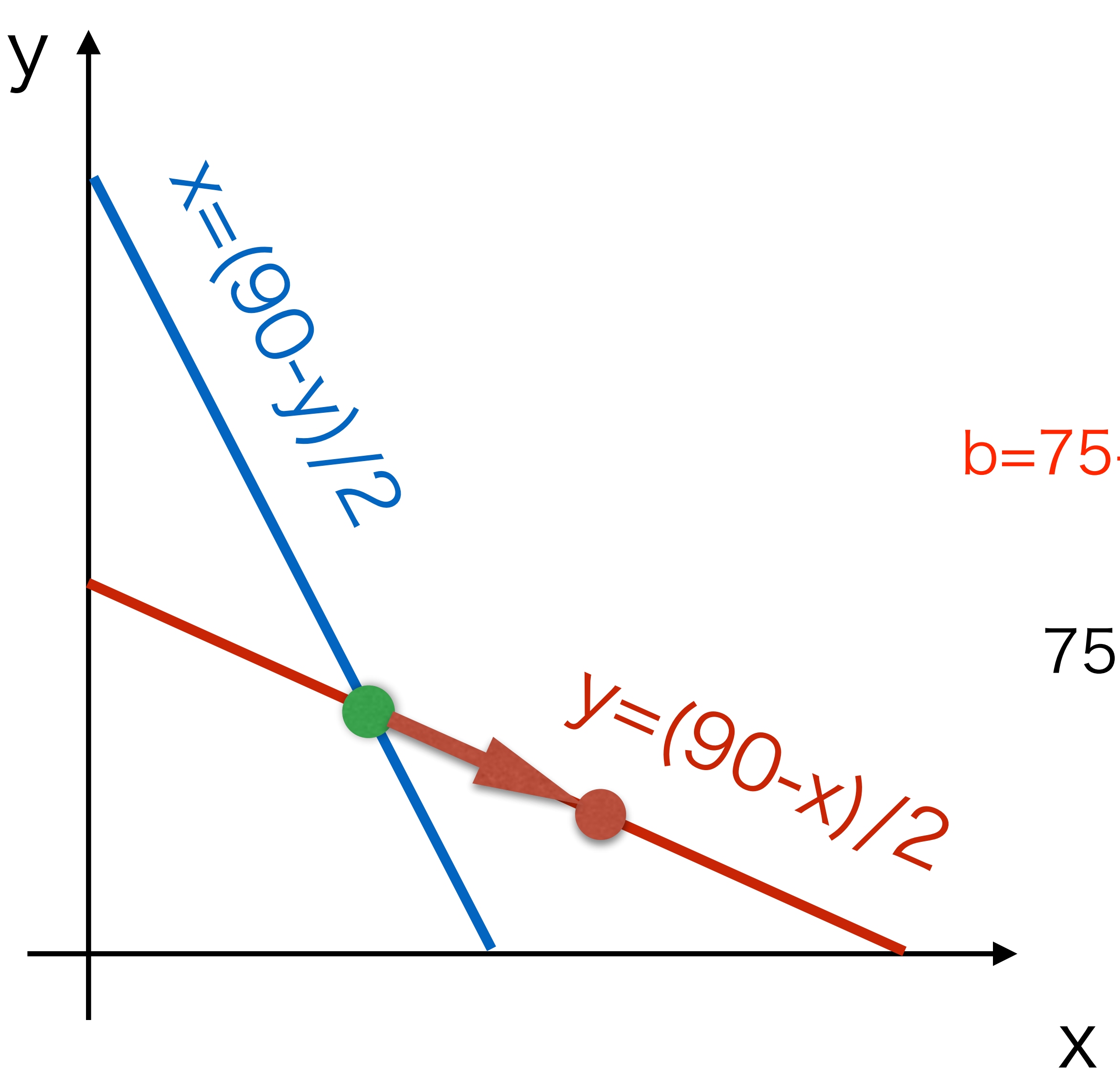
A社の価格が a であるときのB社の最適反応の価格 b*

$$b^*=(30+a+120)/2=75+(1/2)a$$

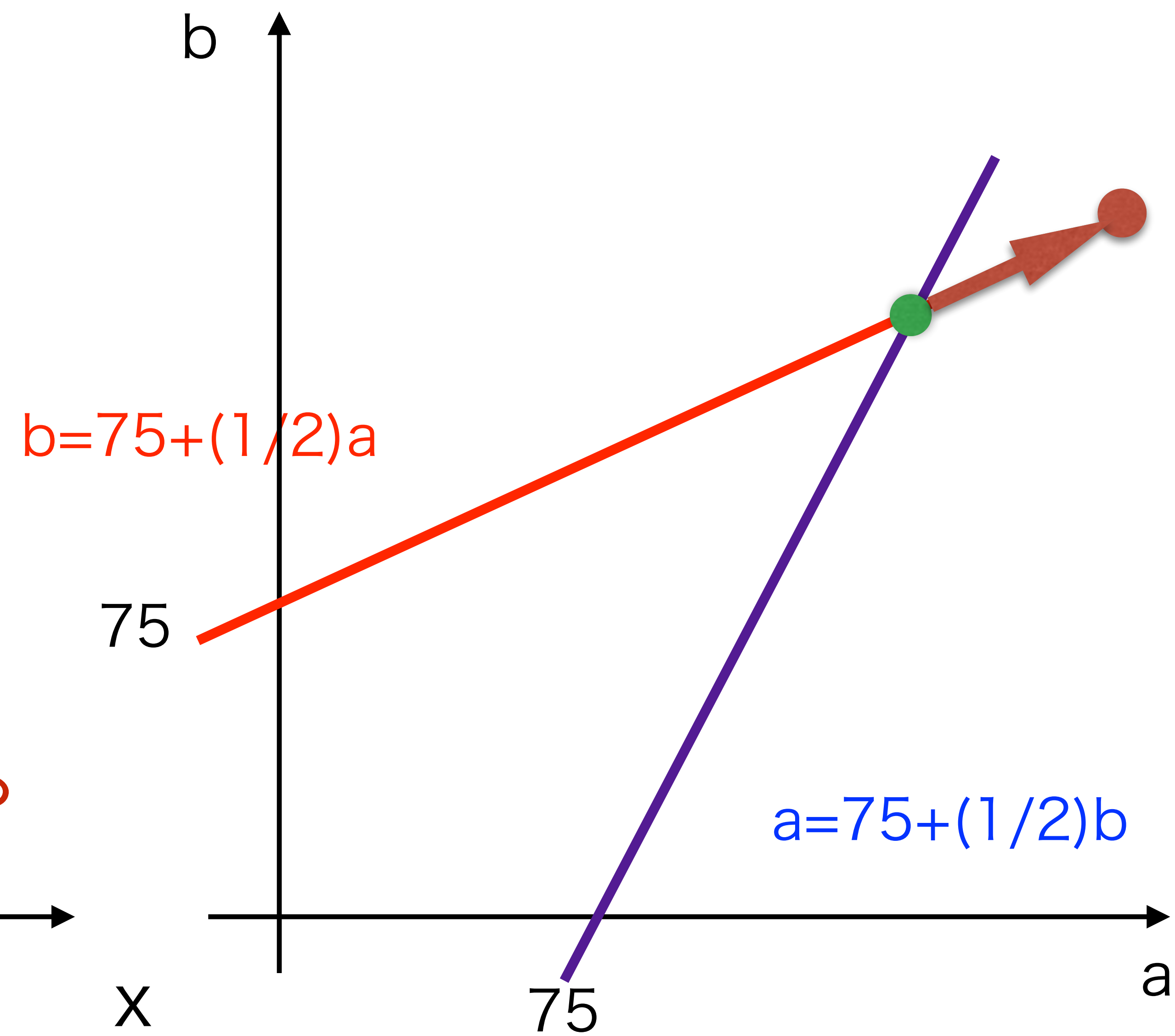

最適反応価格の組み合わせ
(a*, b*) = (150, 150)
ベルトラン・ナッシュ均衡
b
b=75+(1/2)a
75
a=75+(1/2)b
75
a

B社の最適反応の変化

クールノー・ナッシュ均衡
戦略的代替



ベルトラン・ナッシュ均衡
戦略的補完



シュタッケルベルグ競争

例

・A, B ２社の寡占市場

・価格は販売量 z から逆需要関数 $p(z)=120-z$ で決まる

・A社の販売量 x とB社の販売量 y とを決定する問題

・生産価格は同一で 30

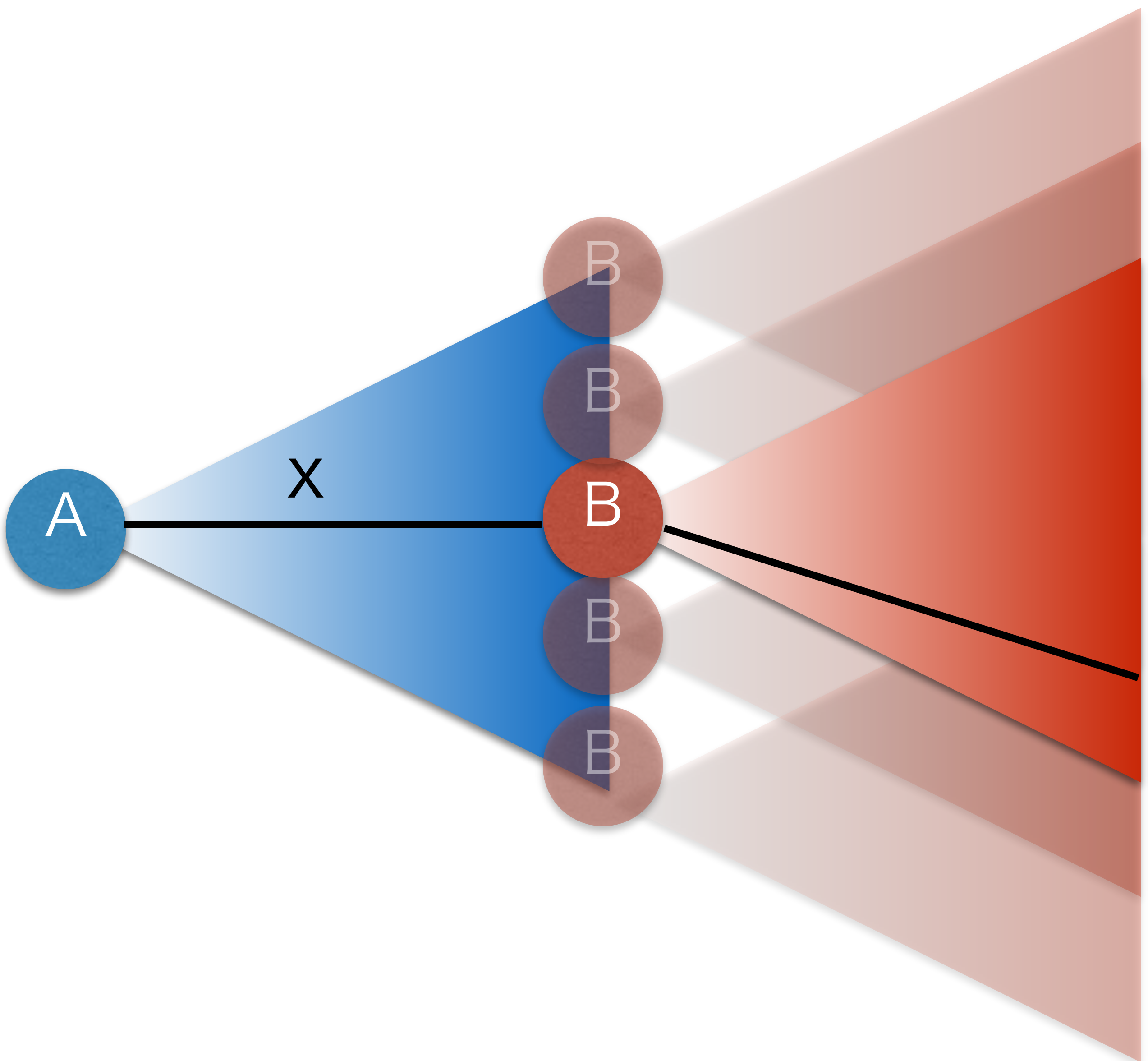
・A社が販売量 x を決め，それを知ってB社は販売量 y を決める

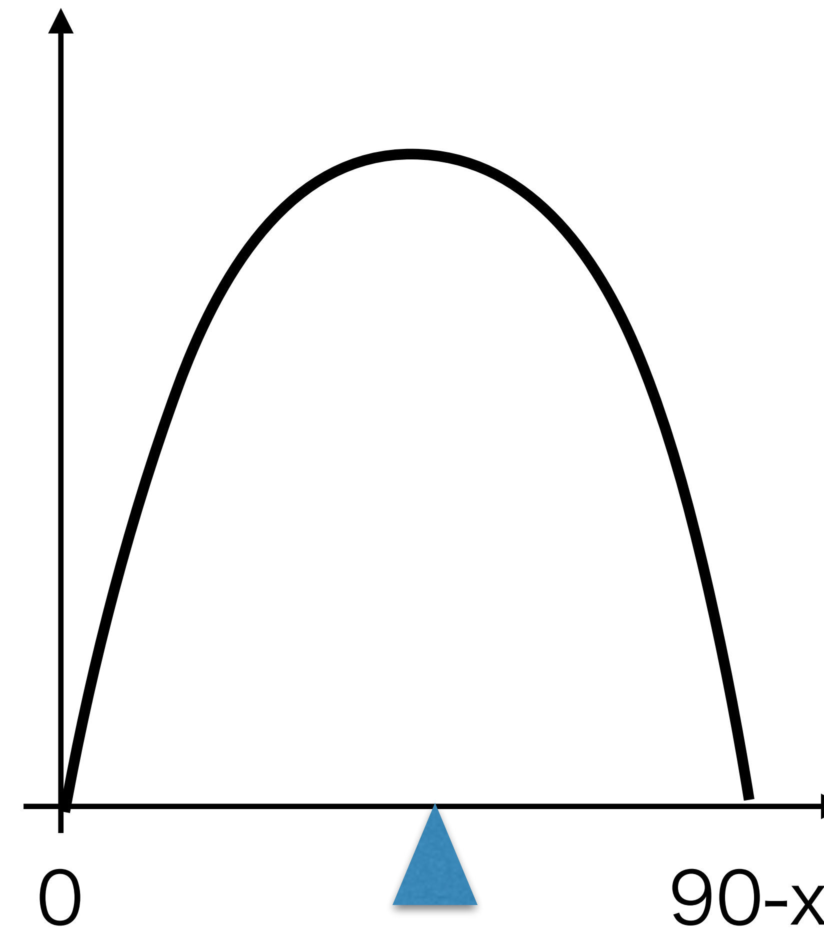
・総販売量 $z = x + y$

・Aの利潤 $\alpha(x, y)=(120-z)x-30x=(120-x-y)x-30x$

・Bの利潤 $\beta(x, y)=(120-z)y-30y=(120-x-y)y-30y$

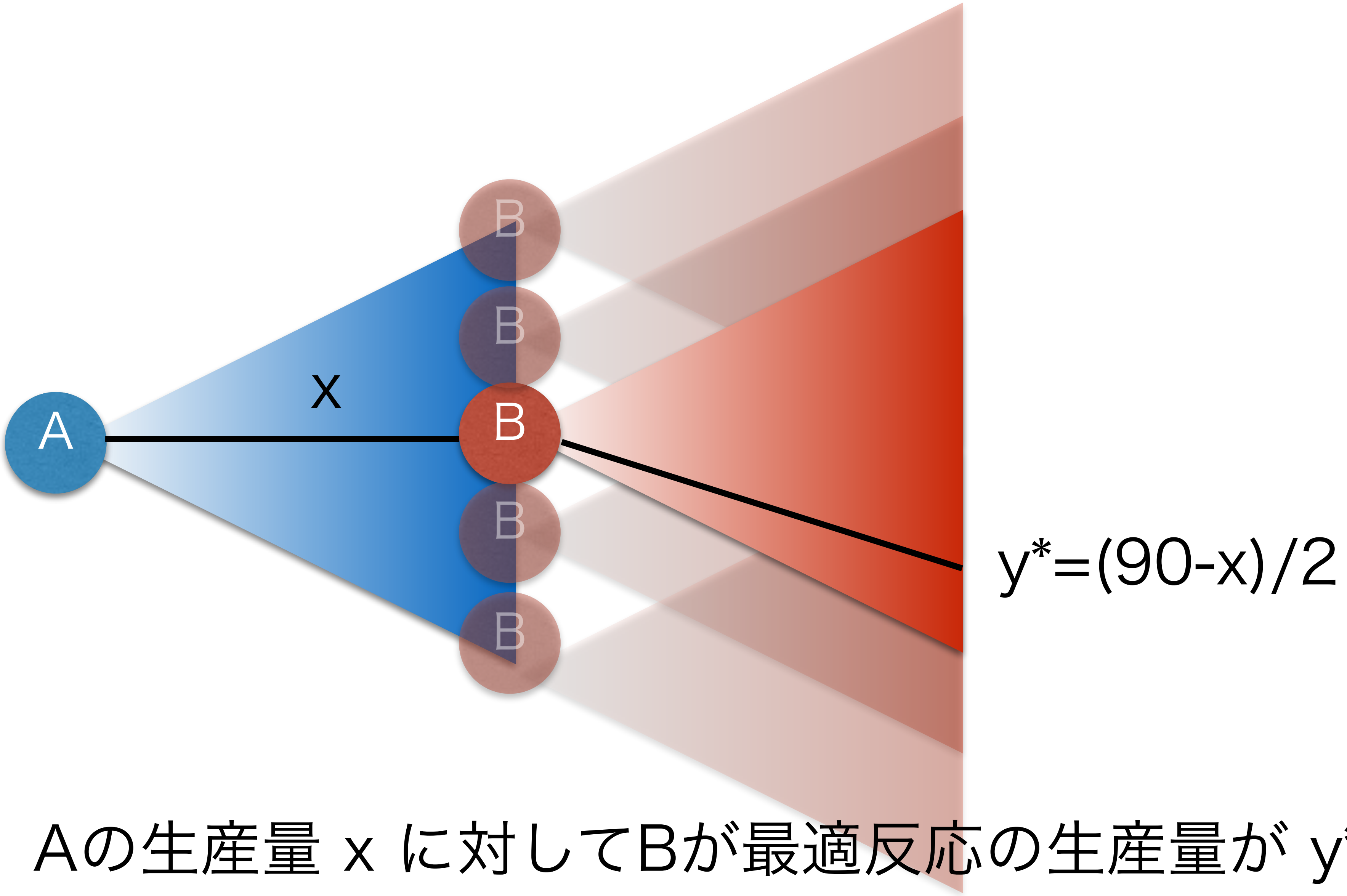
Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適反応生産量 y^*





Aの生産量 x に対してBが最適反応の生産量 $y^*=(90-x)/2$ を生産した時の Aの利益

$$\alpha(x, y^*)=(120-x-y^*)x-30x=(1/2)x(90-x)$$



Aの生産量 x に対してBが最適反応の生産量が $y^*=(90-x)/2$ を生産した時の Aの利益

$\alpha(x, y^*)=(120-x-y^*)x-30x=(1/2)x(90-x)$

これを最大にするAの生産量 x^* は

$x^*=45$

このときのBの最適反応生産量 y^* は

$y^*=(90-45)/2=22.5$

クールノー競争市場再訪

クールノー競争の例

- A, B ２社の寡占市場
- 価格は販売量 z から逆需要関数 $p(z)=120-z$ で決まる
- A社の販売量 x とB社の販売量 y とを決定する問題
- 生産費用は同一で 30

- 総販売量 $z = x + y$
- Aの利潤 $\alpha(x, y)=(120-z)x-30x=(120-x-y)x-30x$
- Bの利潤 $\beta(x, y)=(120-z)y-30y=(120-x-y)y-30y$

Bの生産量 y が与えられた下でのAの最適な生産量 x^*？

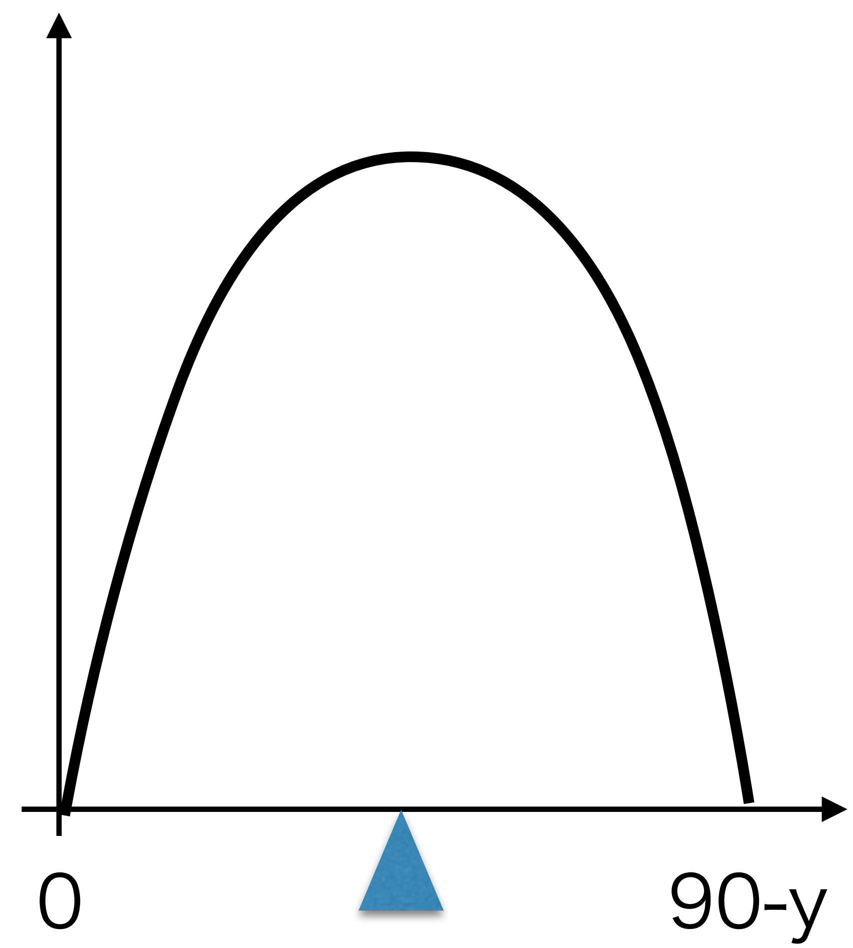
$$\alpha(x, y)=(120-x-y)x-30x=x(120-x-y-30)=x(90-y-x)$$

Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適な生産量 y^*？

$$\beta(x, y)=(120-x-y)y-30y=x(120-x-y-30)=y(90-x-y)$$

Bの生産量 y が与えられた下でのAの最適な生産量 x*

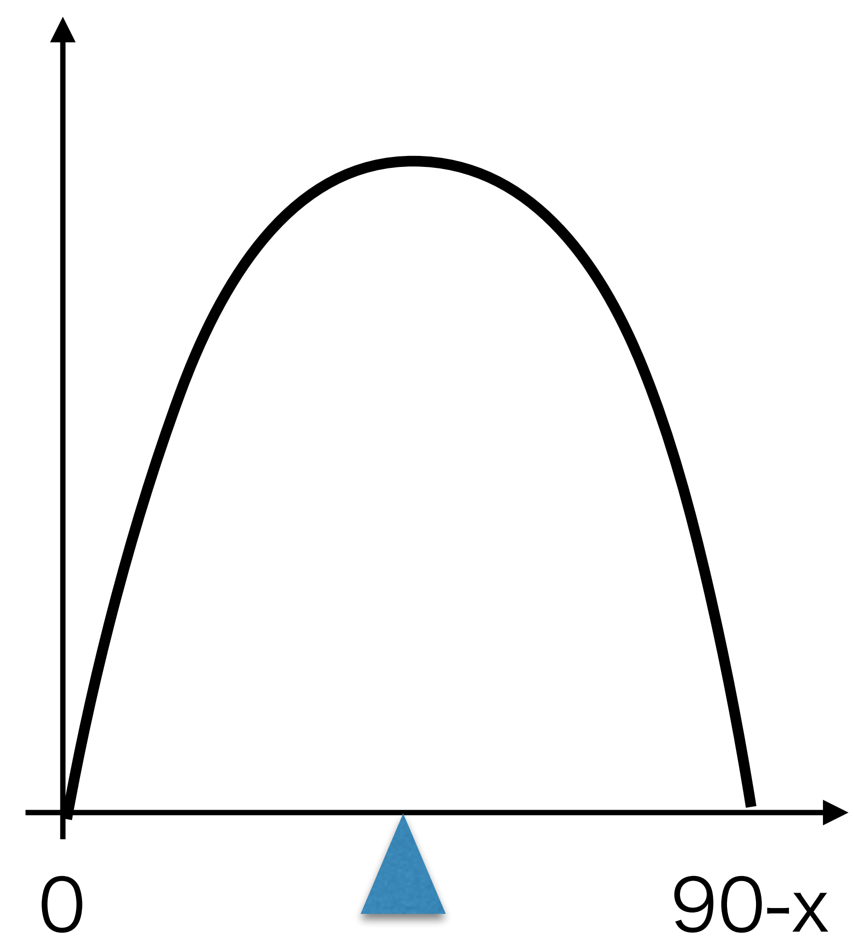
$\alpha(x, y)=(120-x-y)x-30x=x(120-x-y-30)=x(90-y-x)$



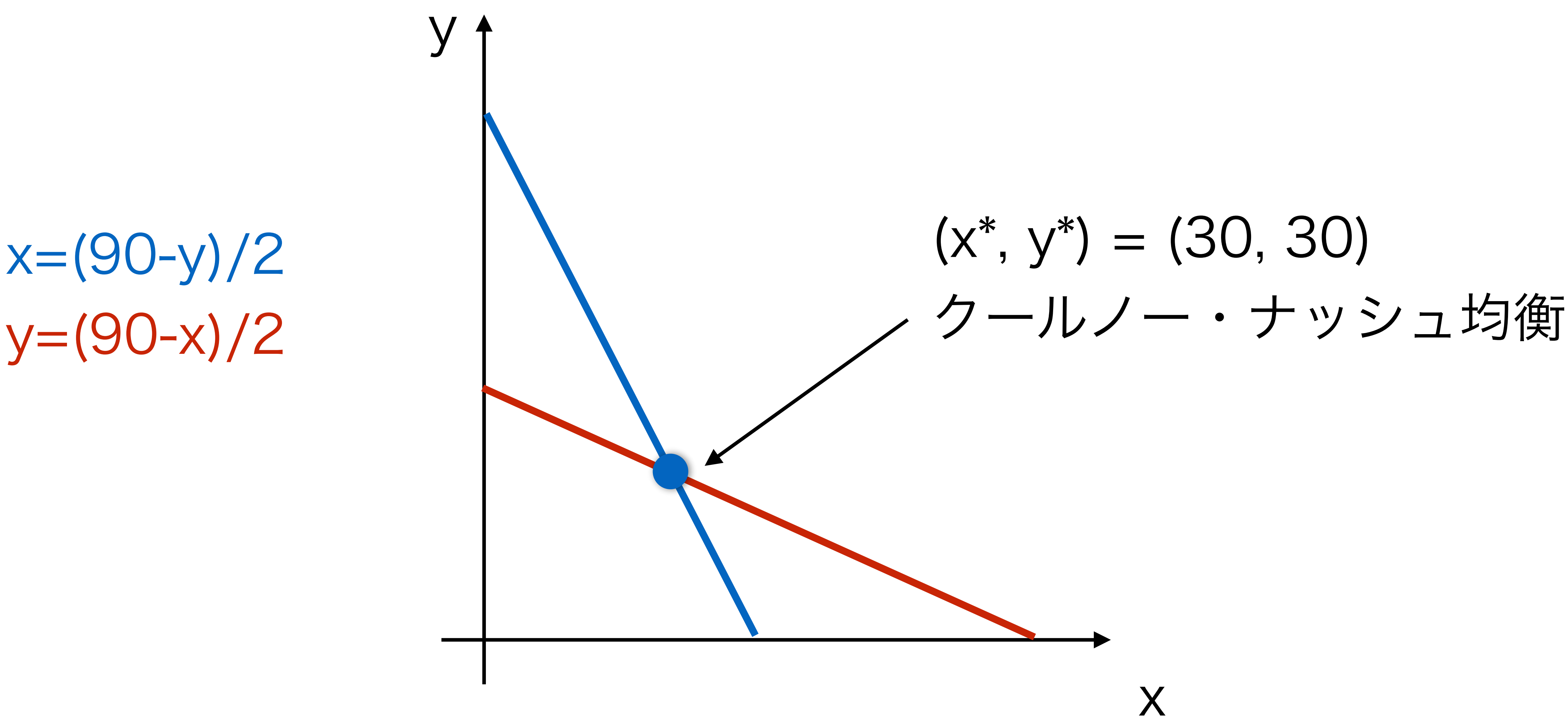
$x^*=(90-y)/2$

Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適な生産量 y*

$\beta(x, y)=(120-x-y)y-30y=x(120-x-y-30)=y(90-x-y)$



$y^*=(90-x)/2$



均衡での価格：$p^*=120-(x^*+y^*)=60$

Aの利潤：$\alpha(x^*, y^*)=p^*x^*-30x^*=60\times30-30\times30=900$

A社の課題

新しい設備を350の費用をかけて導入すれば生産費用を30から20に減らすことができる

A社経理担当の意見

「現在我が社の最適な生産量は30で、もしも生産費用が10だけ下がれば30×10＝300の増益となるが、そのために350だけ投資するのは賢明な判断ではない」

・総販売量 $z = x + y$

・Aの利潤 $\alpha(x, y)=(120-z)x-20x=(120-x-y)x-20x$

・Bの利潤 $\beta(x, y)=(120-z)y-30y=(120-x-y)y-30y$

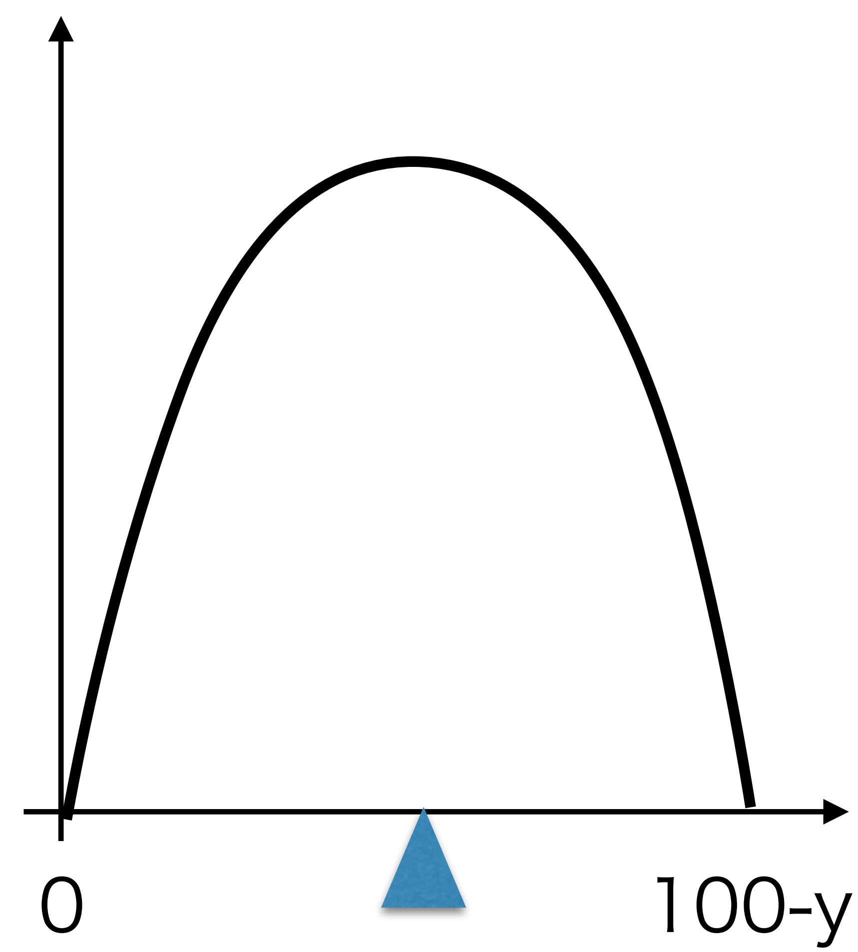
Bの生産量 y が与えられた下でのAの最適な生産量 x^*？

$\alpha(x, y)=(120-x-y)x-20x=x(120-x-y-20)=x(100-y-x)$

Aの生産量 x が与えられた下でのBの最適な生産量 y^*？

$\beta(x, y)=(120-x-y)y-30y=x(120-x-y-30)=y(90-x-y)$

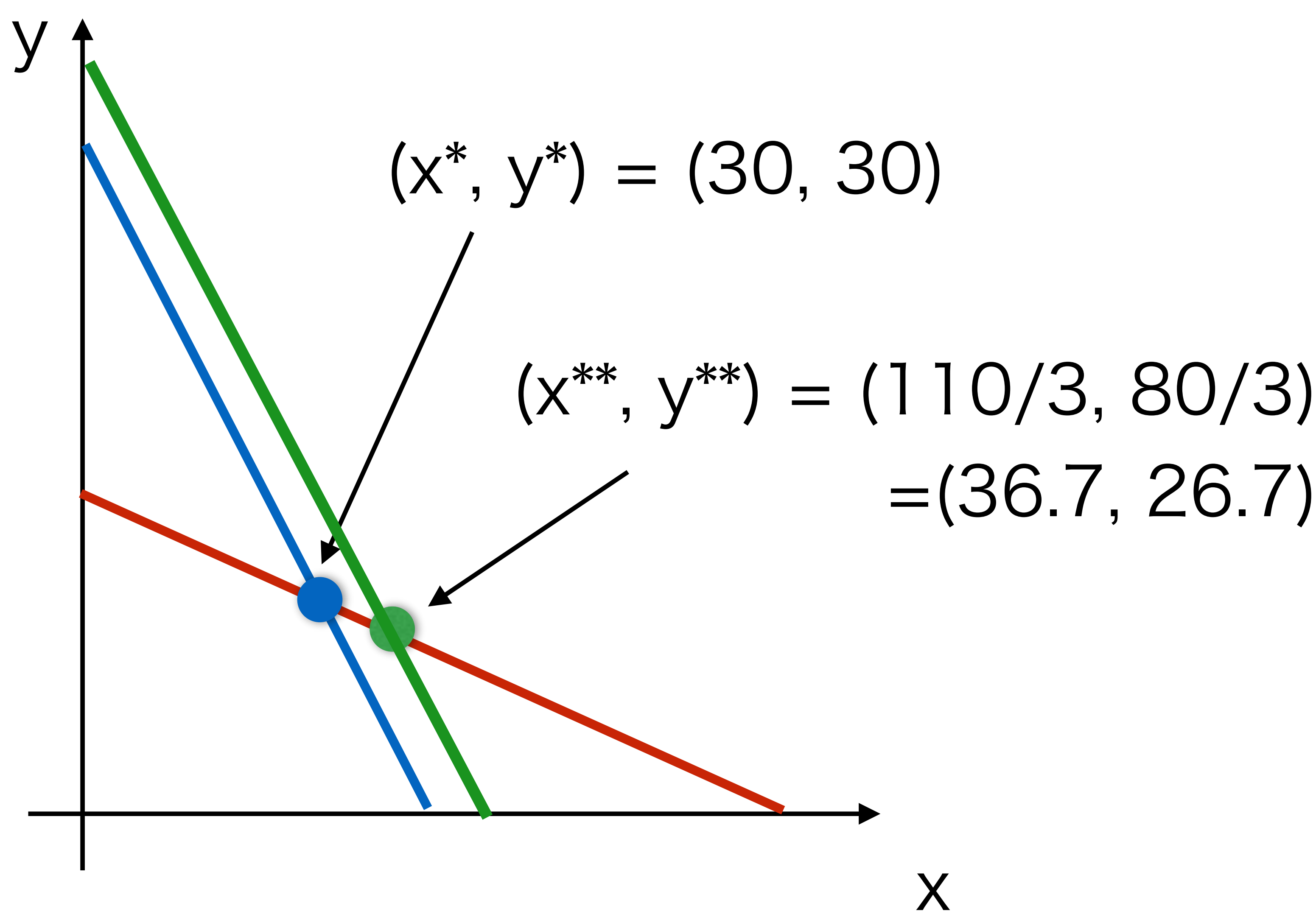
$x^*=(100-y)/2$



$x=(90-y)/2$

$y=(90-x)/2$

$x=(100-y)/2$



新しい均衡での価格：$p^{**}=120-(x^{**}+y^{**})=170/3=56.7$

新しい均衡でのAの利潤：$\alpha(x^{**}, y^{**})=p^{**}x^{**}-20x^{**}>1296$

古い均衡での価格：$p^{*}=120-(x^{*}+y^{*})=60$

古い均衡でのAの利潤：$\alpha(x^{*}, y^{*})=900$

経理担当の意見
「現在我が社の最適な生産量は30で、もしも生産費用が10だけ下がれば30×10＝300の増益となるが、そのために350だけ投資するのは賢明な判断ではない」

新しい均衡での価格：$p^{**}=120-(x^{**}+y^{**})=170/3=56.7$
新しい均衡でのAの利潤：$\alpha(x^{**}, y^{**})=p^{**}x^{**}-20x^{**}>1296$

古い均衡での価格：$p^{*}=120-(x^{*}+y^{*})=60$
古い均衡でのAの利潤：$\alpha(x^{*}, y^{*})=900$

環境が変化すればプレイヤーの行動も変化する！