

これまで学んだ概念

- ▶ 戦略形ゲーム (strategic game)
- ▶ プレイヤー (player)
- ▶ 戦略 (strategy)
- ▶ 利得行列 (payoff matrix)
- ▶ 支配戦略 (dominant strategy)
- ▶ 支配戦略均衡
- ▶ 弱支配戦略 (weakly dominant strategy)
- ▶ 被支配戦略 (dominated strategy)
- ▶ 最適反応戦略 (best response strategy)
- ▶ ナッシュ均衡 (Nash equilibrium)

単語を覚えているだけでは無意味！

- ・プレイヤー : $1, 2, \dots, i, \dots, j, \dots, n$
- ・プレイヤー i の戦略 : s_i
- ・プレイヤー i の戦略集合 : S_i
- ・プレイヤー $1, 2, \dots, n$ がそれぞれ戦略 s_1, s_2, \dots, s_n を取ったときのプレイヤー i の利得 : $u_i(s_1, s_2, \dots, s_n)$

		2		
		left	center	right
1	top	(2,3)	(2,1)	(1,2)
	bottom	(1,2)	(1,6)	(8,1)

- ▶ 戦略 s が戦略 t を強く支配する \Leftrightarrow 他のプレイヤーのどのような戦略の組み合わせについても、戦略 s を取ったときに得られる利得が戦略 t を取ったときに得られる利得より高い（狭義に大きい）こと

任意の $s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$ について

$$u_i(s_1, s_2, \dots, s, \dots, s_n) > u_i(s_1, s_2, \dots, t, \dots, s_n)$$

が成り立つ

▶ 支配戦略 (dominant strategy)

自分の他のすべての戦略を強く支配する戦略

任意の $s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$ と任意の t について

$u_i(s_1, s_2, \dots, s, \dots, s_n) > u_i(s_1, s_2, \dots, t, \dots, s_n)$ が成り立つ戦略 s

▶ 支配戦略均衡

すべてのプレイヤーに支配戦略があるとき, その支配戦略の組合せ

▶ 戦略 s が戦略 t を弱く支配する \Leftrightarrow 戦略 s を取ったときに得られる利得が戦略 t を取ったときに得られる利得と比べて、他のプレイヤーのどのような戦略の組み合わせについても、高いか等しく、しかも、他のプレイヤーの少なくとも1つの戦略の組み合わせについて高い

任意の $s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$ について

$u_i(s_1, s_2, \dots, s, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, s_2, \dots, t, \dots, s_n)$ が成り立ち、かつ

少なくとも戦略の1つの組合せ $s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$ について

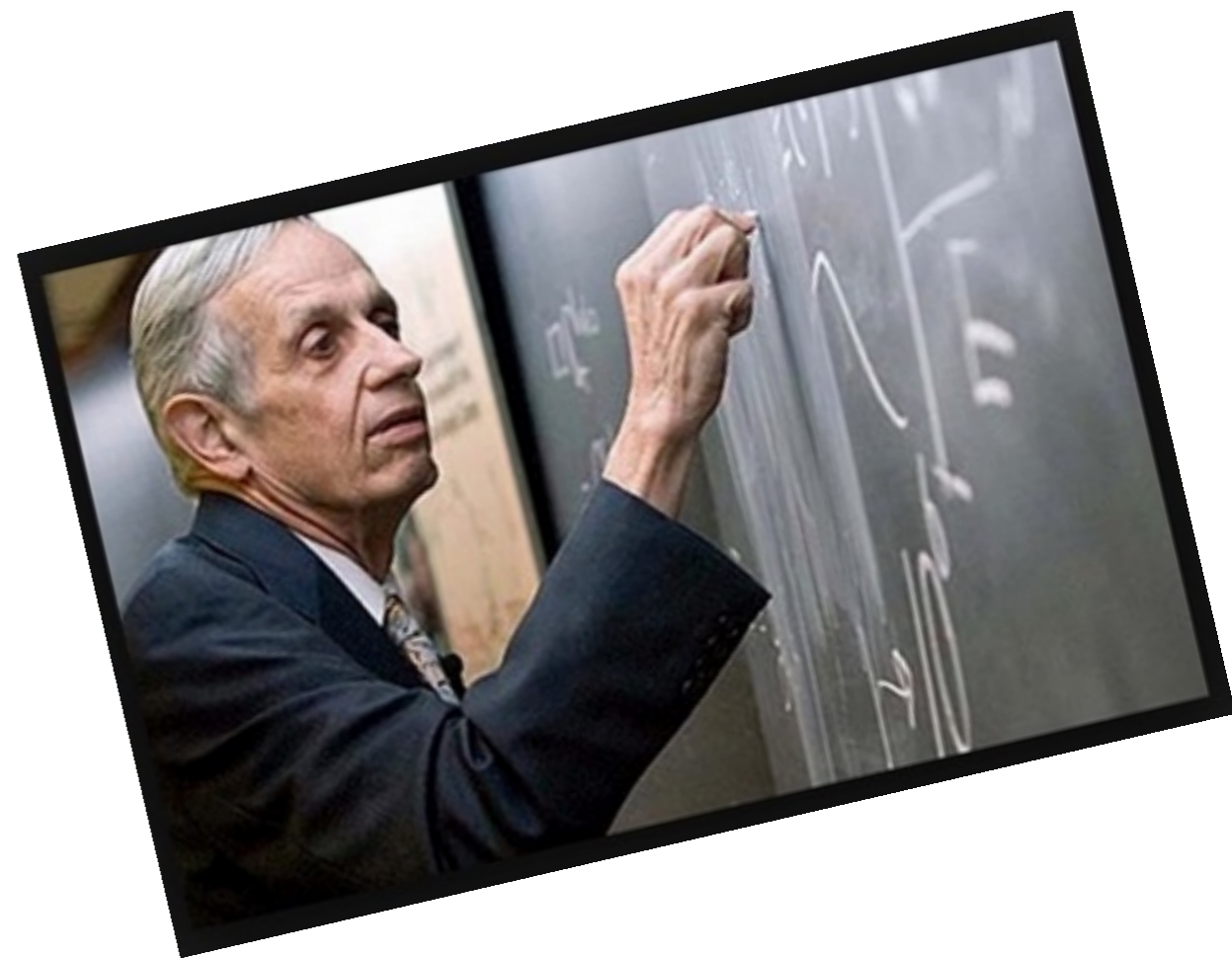
$u_i(s_1, s_2, \dots, s, \dots, s_n) > u_i(s_1, s_2, \dots, t, \dots, s_n)$ が成り立つ

- ▶ 弱支配戦略 (weakly dominant strategy)
自分の他のすべての戦略を弱く支配する戦略
- ▶ 被支配戦略 (weakly dominated strategy)
自分の他のいずれかの戦略によって弱く支配される戦略

- ▶ 最適反応戦略 (best response strategy)
他のプレイヤー達の戦略の組合せが与えられたとき、
それに対して自分の利得を最大にする戦略

プレイヤー i の戦略 s が戦略の組合せ $s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n$ に対する最適反応戦略であるとは、プレイヤー i の任意の戦略 t について $u_i(s_1, s_2, \dots, s, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, s_2, \dots, t, \dots, s_n)$ が成り立つこと

- ▶ ナッシュ均衡 (Nash equilibrium)
各プレイヤーの戦略の組み合わせで、どのプレイヤーについても、彼の戦略が他のプレイヤー達の戦略の組合せに対して最適反応戦略となっているようなもの



戦略形ゲームの構築と分析の手順

構築

1. プレイヤーを確定する
2. その戦略を列挙して、戦略集合を確定する
3. 戦略の組合せに対するそれぞれのプレイヤーの利得を確定する

分析

各プレイヤーについて

1. 最適反応戦略を洗い出す
2. 支配戦略があるかを判定し、ある場合にはそれを見つける
3. 被支配戦略があれば、それを削除してゲームを小さくし、1. に戻る
4. ナッシュ均衡を洗い出す（1つつは限らない）

寡占市場での競争

A, B社の競争（その1）

- ・ A社の生産量を a 、B社の生産量を b とする
 - ・ 生産した総量を市場で売り切ることができる
 - ・ 製品の市場での単価 p は両者の総生産量 $a+b$ で30を割った値に等しい、つまり $p=30/(a+b)$
 - ・ 製造コストは両者とも生産量の二乗
-
- ・ A社の利益を与える式を示せ
 - ・ B社の利益を与える式を示せ
 - ・ 両社の戦略は、1台製造するか2台製造するかしかないとしたとき、この戦略形ゲームの利得行列を示せ
 - ・ この戦略形ゲームを分析せよ

A, B社の競争 (その2)

- ・ A社の生産量を a 、B社の生産量を b とする
 - ・ 生産した総量を市場で売り切ることができる
 - ・ 製品の市場での単価 p は両者の総生産量 $a+b$ で 12 を割った値に等しい、つまり $p=12/(a+b)$
 - ・ 製造コストは両者とも生産量の二乗
-
- ・ A社の利益を与える式を示せ
 - ・ B社の利益を与える式を示せ
 - ・ 両社の戦略は、1台製造するか2台製造するかしかないとしたとき、この戦略形ゲームの利得行列を示せ
 - ・ この戦略形ゲームを分析せよ

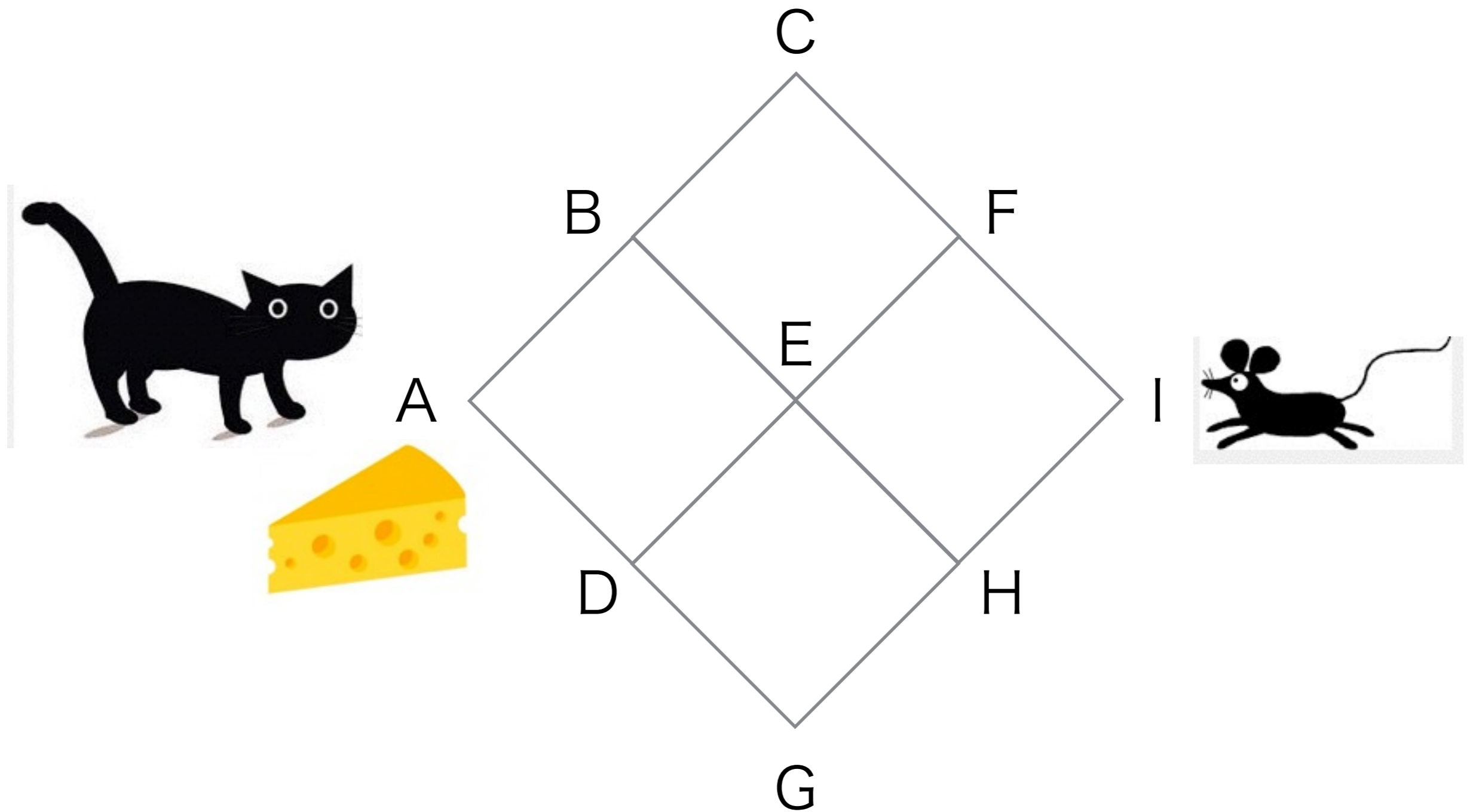
A, B社の競争（その3）

- ・ A社の生産量を a 、B社の生産量を b とする
 - ・ 生産した総量を市場で売り切ることができる
 - ・ 製品の市場での単価 p は両者の総生産量 $a+b$ の二乗で 72 を割った値に等しい、つまり $p=72/(a+b)^2$
 - ・ 製造コストは両者とも生産量の二乗
-
- ・ A社の利益を与える式を示せ
 - ・ B社の利益を与える式を示せ
 - ・ 両社の戦略は、1台製造するか2台製造するかしかないとしたとき、この戦略形ゲームの利得行列を示せ
 - ・ この戦略形ゲームを分析せよ

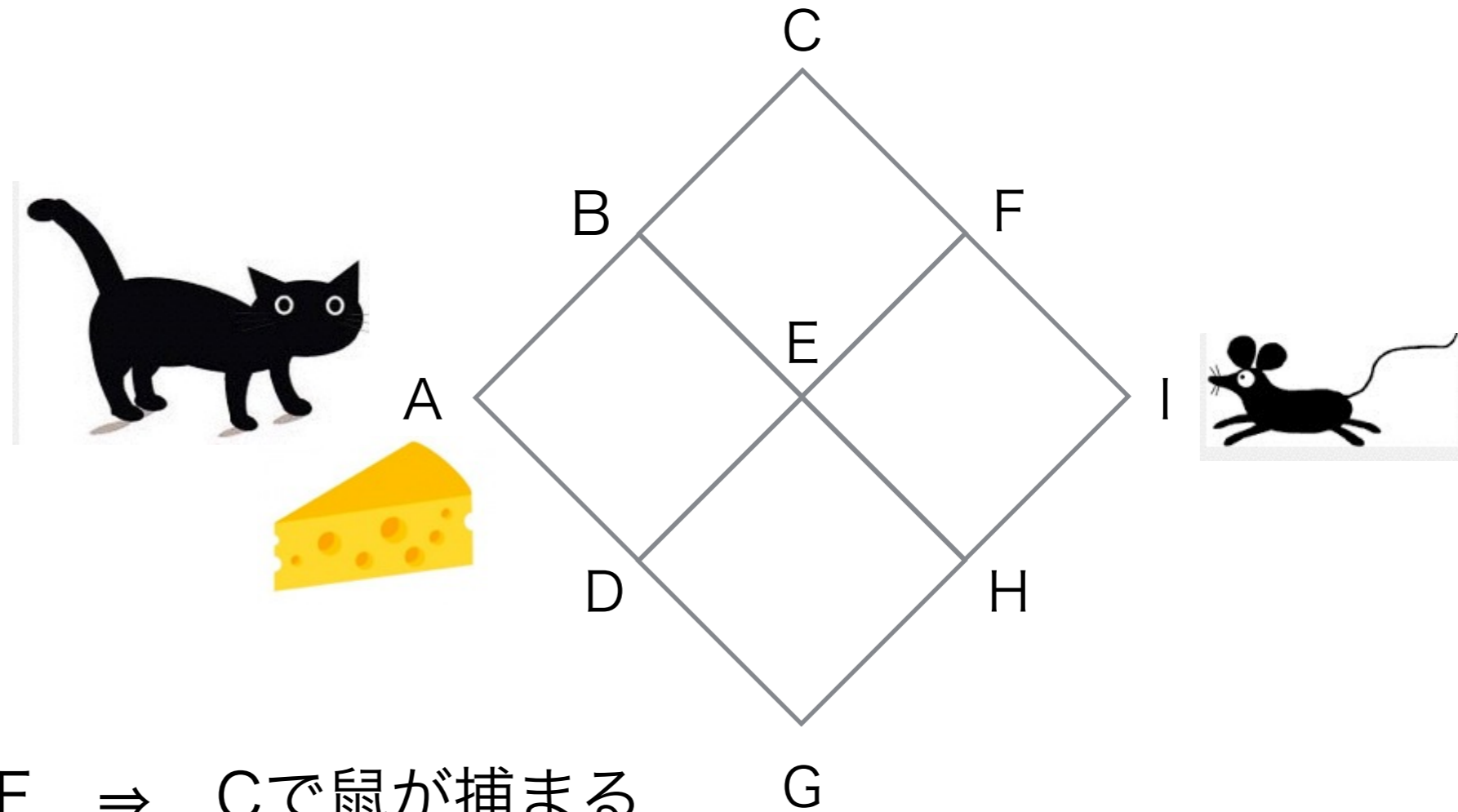
猫と鼠

猫と鼠

両者とも1辺を通過するのに20秒かかる
60秒間の両者の行動を分析



K. Binmore, *Playing for Real*, Oxford Univ. Press, 2007.



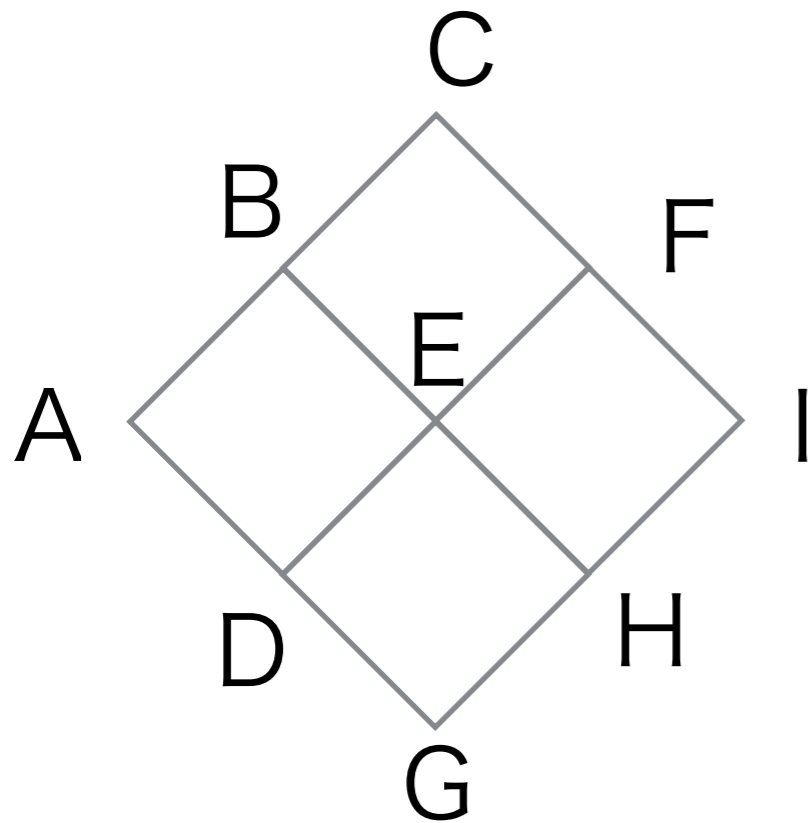
例

鼠：IFCB；猫：ABCF \Rightarrow Cで鼠が捕まる

鼠：IFCB；猫：ABEF \Rightarrow 鼠は捕まらない

1. 60秒間の鼠と猫のすべての戦略を列挙せよ
2. 戦略の組みわせについて、鼠が捕まるかどうかを判定せよ
3. 被支配戦略を反復削除してゲームを分析せよ

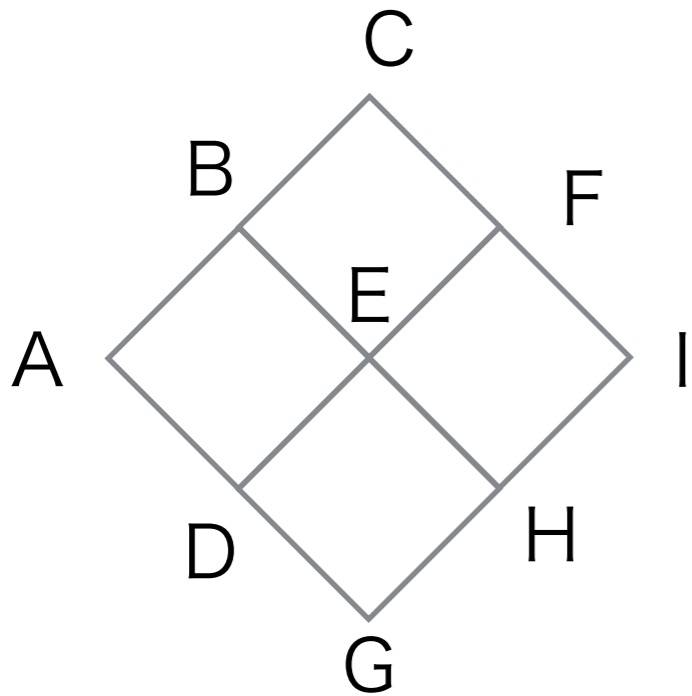
戦略の名称



猫	A B C F	c1
	A B E F	c2
	A B E H	c3
	A B E D	c4
	A D G H	c5
	A D E H	c6
	A D E F	c7
	A D E B	c8

鼠							
I	I	I	I	I	I	I	I
F	F	F	F	H	H	H	H
C	E	E	E	G	E	E	E
B	B	D	H	D	D	B	F
m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8

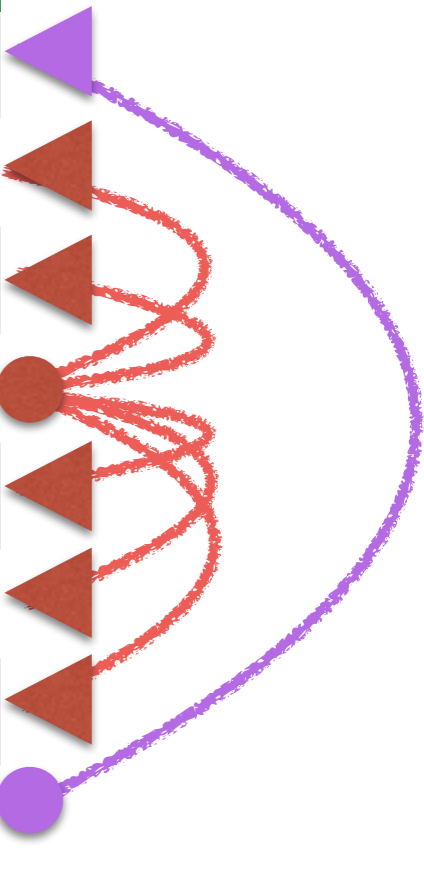
○ : 捕まえる, × : 捕まえない

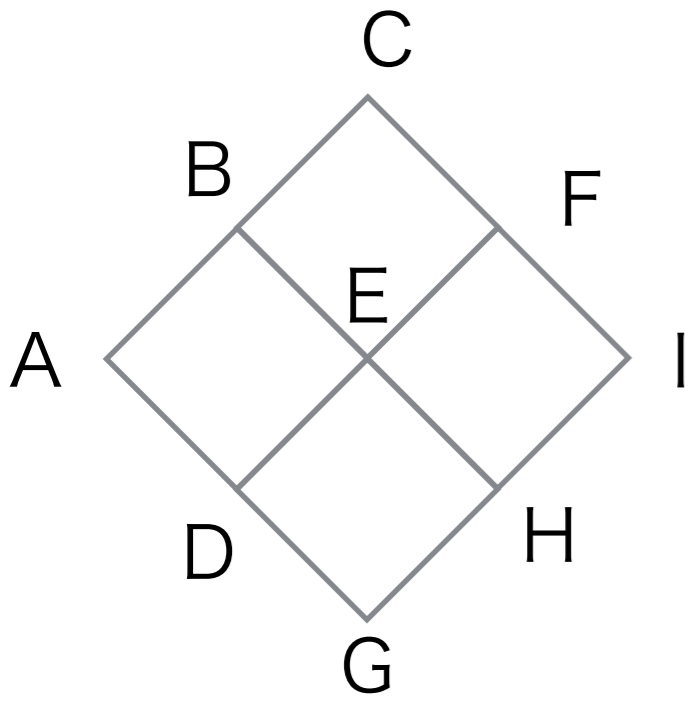


鼠							
I	I	I	I	I	I	I	I
F	F	F	F	H	H	H	H
C	E	E	E	G	E	E	E
B	B	D	H	D	D	B	F
m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8

猫	A B C F	c1
	A B E F	c2
	A B E H	c3
	A B E D	c4
	A D G H	c5
	A D E H	c6
	A D E F	c7
	A D E B	c8

○	x	x	x	x	x	x	○
x	○	○	○	x	○	○	○
x	○	○	○	x	○	○	○
x	○	○	○	○	○	○	○
x	x	x	○	○	x	x	x
x	○	○	○	x	○	○	○
x	○	○	○	x	○	○	○
○	○	○	○	x	○	○	○





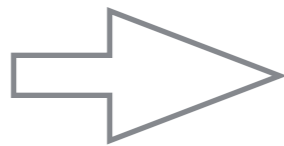
鼠							
I	I	I	I	I	I	I	I
F	F	F	F	H	H	H	H
C	E	E	E	G	E	E	E
B	B	D	H	D	D	B	F
m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8

猫	A B E D	c4
	A D E B	c8

x	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	x	○	○	○



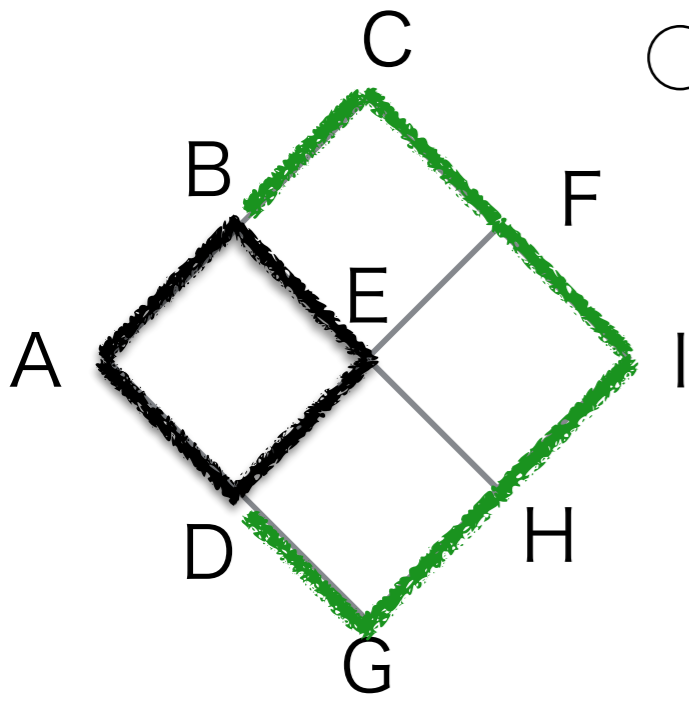
○ : 捕まえる, x : 捕まえない



猫	A B E D	c4
	A D E B	c8

鼠	
I	I
F	H
C	G
B	D
m1	m5

x	○
○	x



○ : 捕まえる, × : 捕まえない

					鼠		
					I	I	
					F	H	
					C	G	
					B	D	
					m1	m5	
猫	A	B	E	D	c4	×	○
	A	D	E	B	c8	○	×

					鼠	
					I	I
					F	H
					C	G
					B	D
					m1	m5

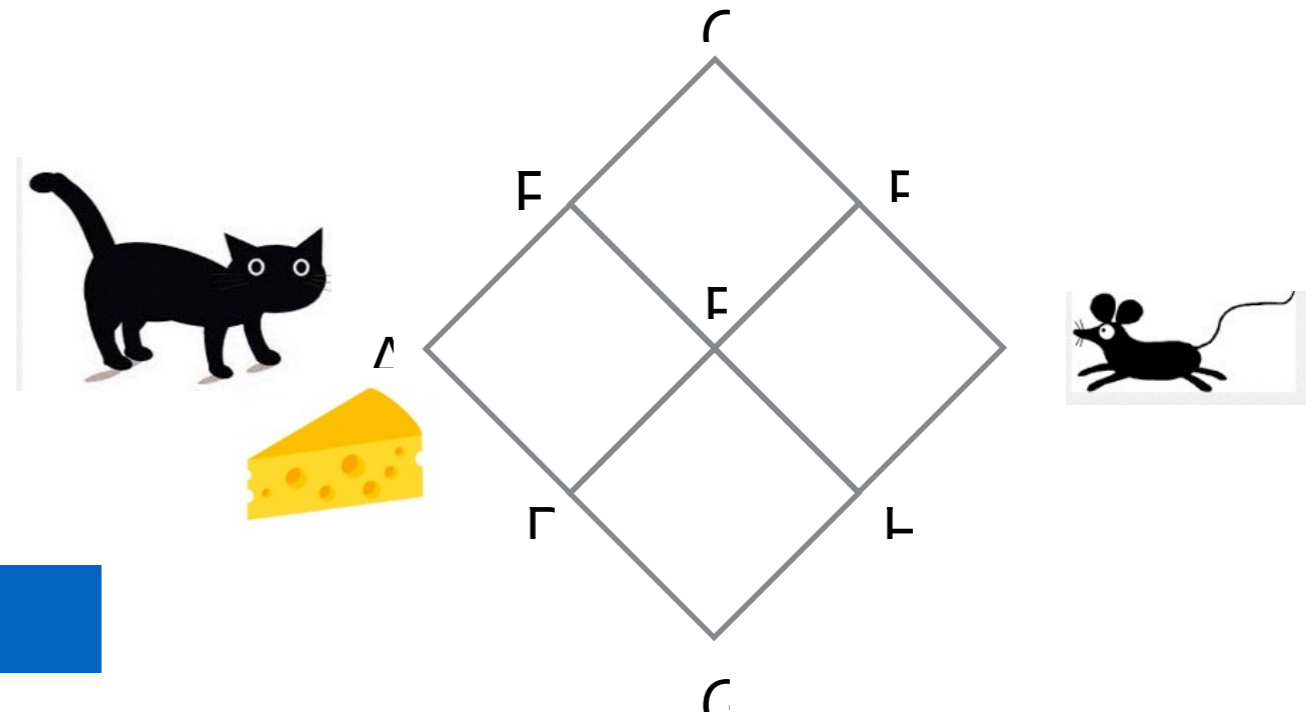
適当に数値化

					鼠		
					I	I	
					F	H	
					C	G	
					B	D	
					m1	m5	
猫	A	B	E	D	c4	(-1,+1)	(+1,-1)
	A	D	E	B	c8	(+1,-1)	(-1,+1)

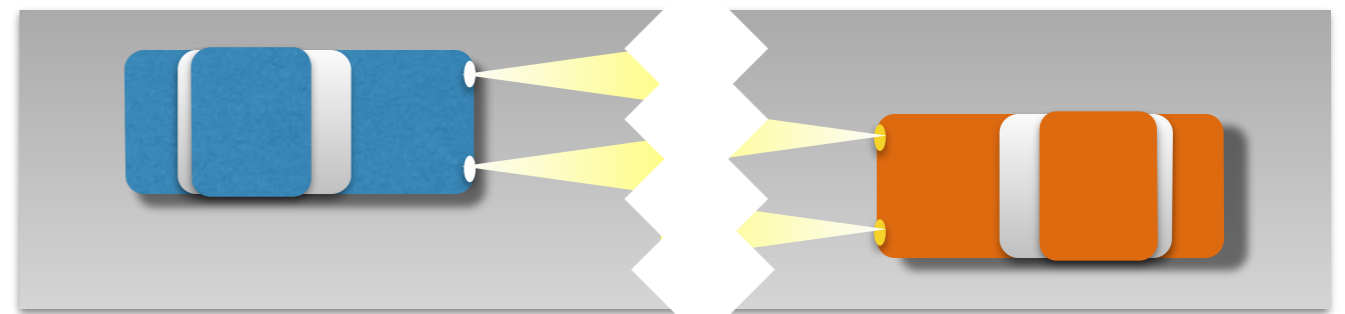
ナッシュ均衡は？

ナッシュ均衡の不十分さ

		鼠	
猫		$(-1, +1)$	$(+1, -1)$
		$(+1, -1)$	$(-1, +1)$



		相手	
君		$(-100, -100)$	$(+10, -10)$
		$(-10, +10)$	$(0, 0)$



社会にある複数のナッシュ均衡

	左	右
国と地域数	76	163
人口割合	0.35	0.65
道路長割合	0.1	0.9
	イギリス, 日本, インド, オーストラリア, ニュージーランド, タイ, インドネシア, サモア(2009), 沖縄(1978)	EU諸国, アメリカ, カナダ(1920), スウェーデン(1967)