

混合戦略

純粋戦略の上に定義された確率分布

硬貨合わせゲーム

- ・ 2人のプレイヤーが10円硬貨をテーブルに置く
- ・ 両硬貨の表裏が合えば行プレイヤーが2つの硬貨を獲得
- ・ 合わなければ列プレイヤーが2つの硬貨を獲得

	表	裏
表		
裏		

硬貨合わせゲーム

- ・ 2人のプレイヤーが10円硬貨をテーブルに置く
- ・ 両硬貨の表裏が合えば行プレイヤーが2つの硬貨を獲得
- ・ 合わなければ列プレイヤーが2つの硬貨を獲得

		表	裏
p	表	(10, -10)	(-10, 10)
$1-p$	裏	(-10, 10)	(10, -10)

2人ゼロ和ゲーム

↑
行プレイヤーの混合戦略

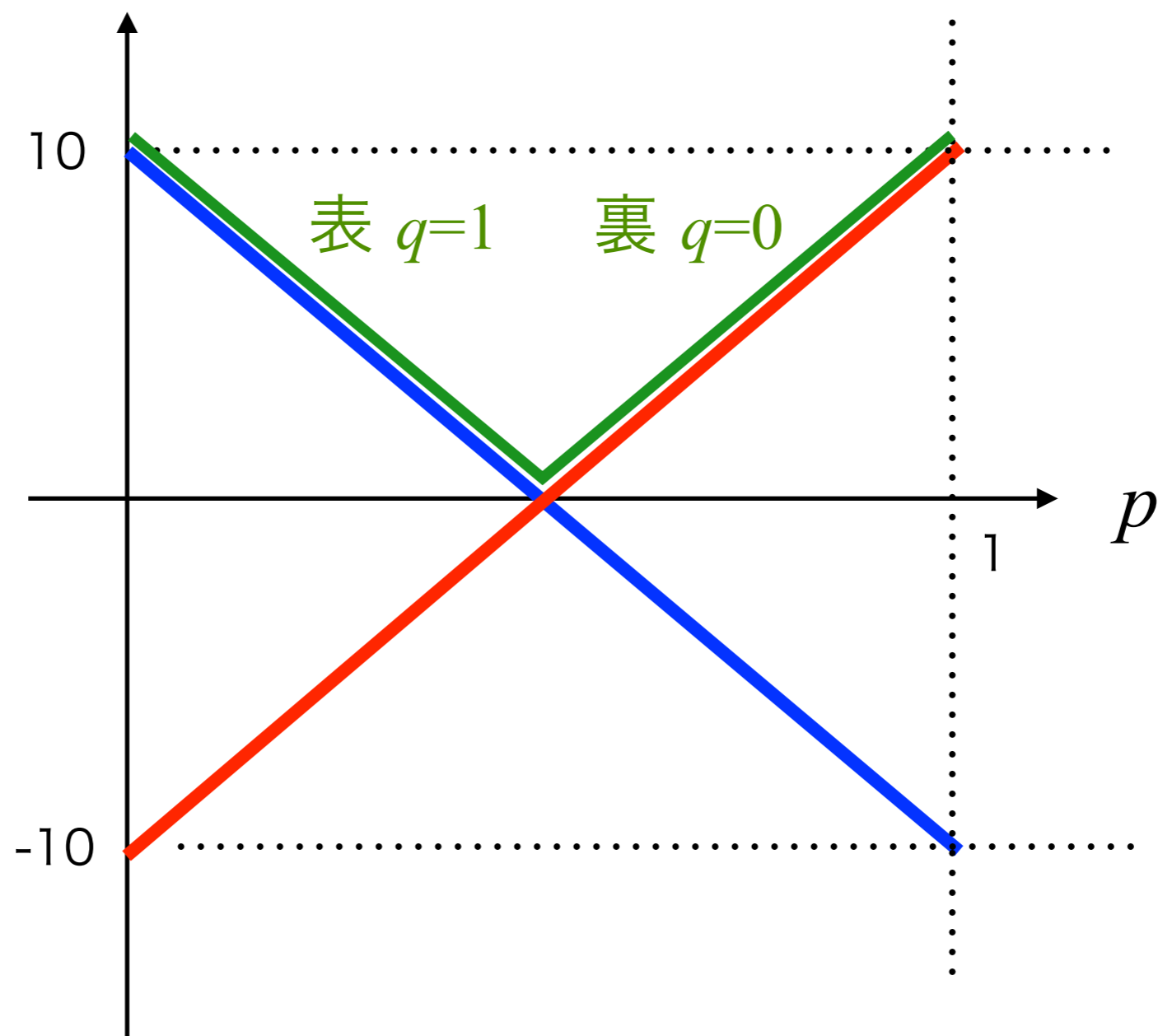
行プレイヤーの混合戦略

		表		裏	
	↓				
p	表	(10, -10)		(-10, 10)	
$1-p$	裏	(-10, 10)		(10, -10)	

列プレイヤーの期待利得

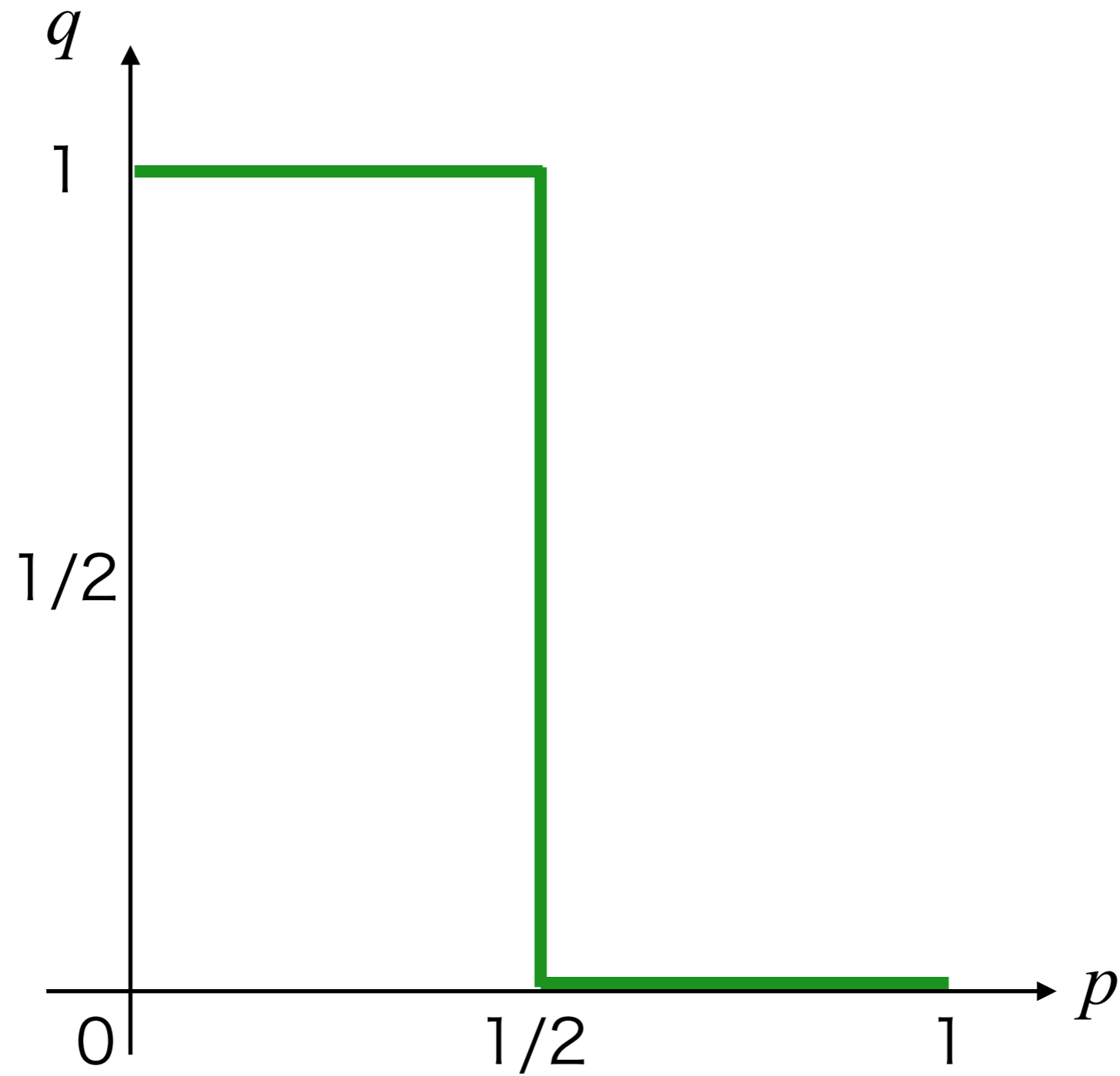
	表		裏	
p 表+ $(1-p)$ 裏	$(-10)p+10(1-p)$		$10p+(-10)(1-p)$	

	q	$1-q$
	表	裏
p 表+ $(1-p)$ 裏	$(-10)p+10(1-p)$	$10p+(-10)(1-p)$

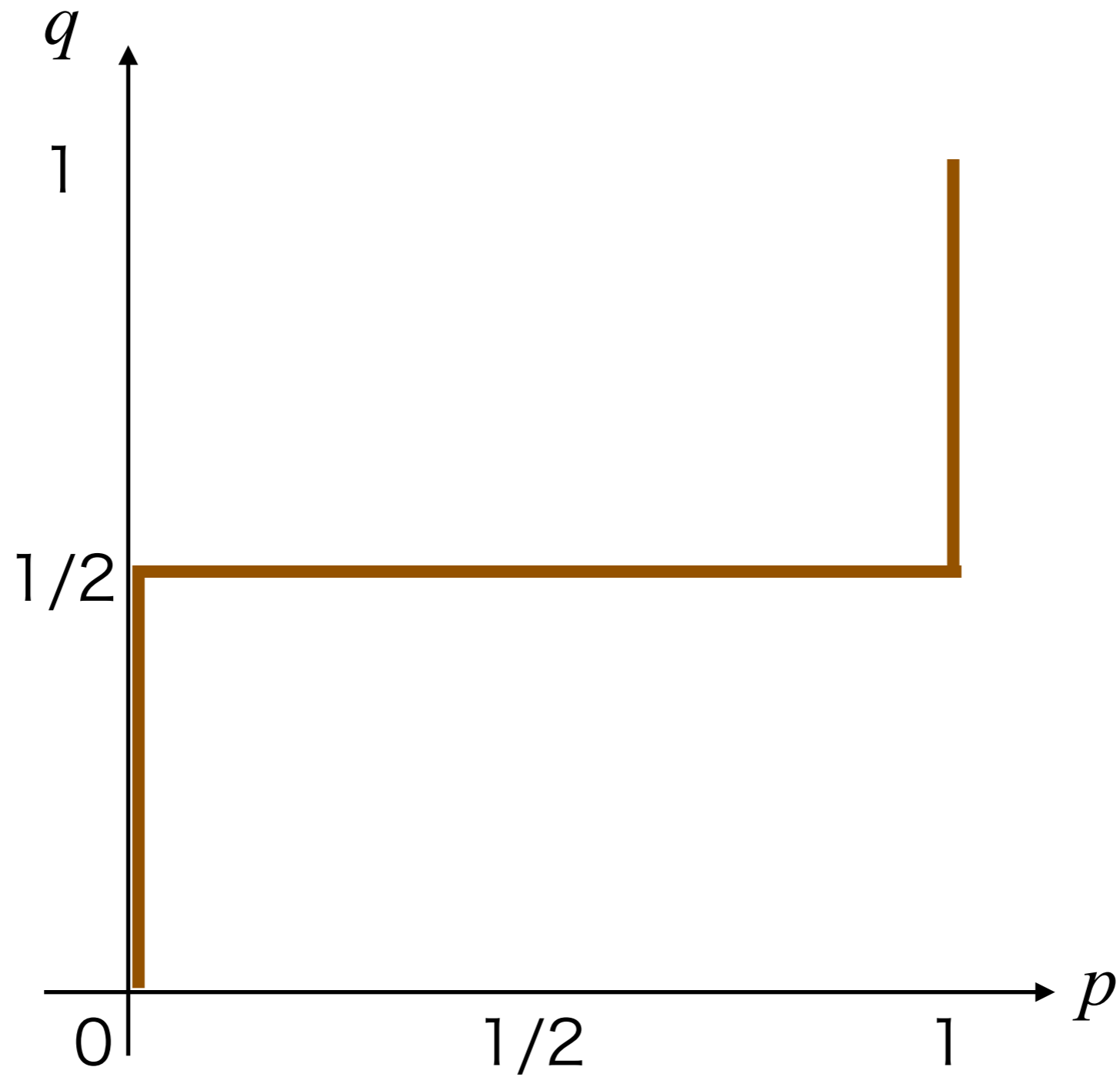


緑の折れ線は行プレイヤーの混合戦略に対する列プレイヤーの最適反応戦略

列プレイヤーの最適反応戦略 q^* のグラフ

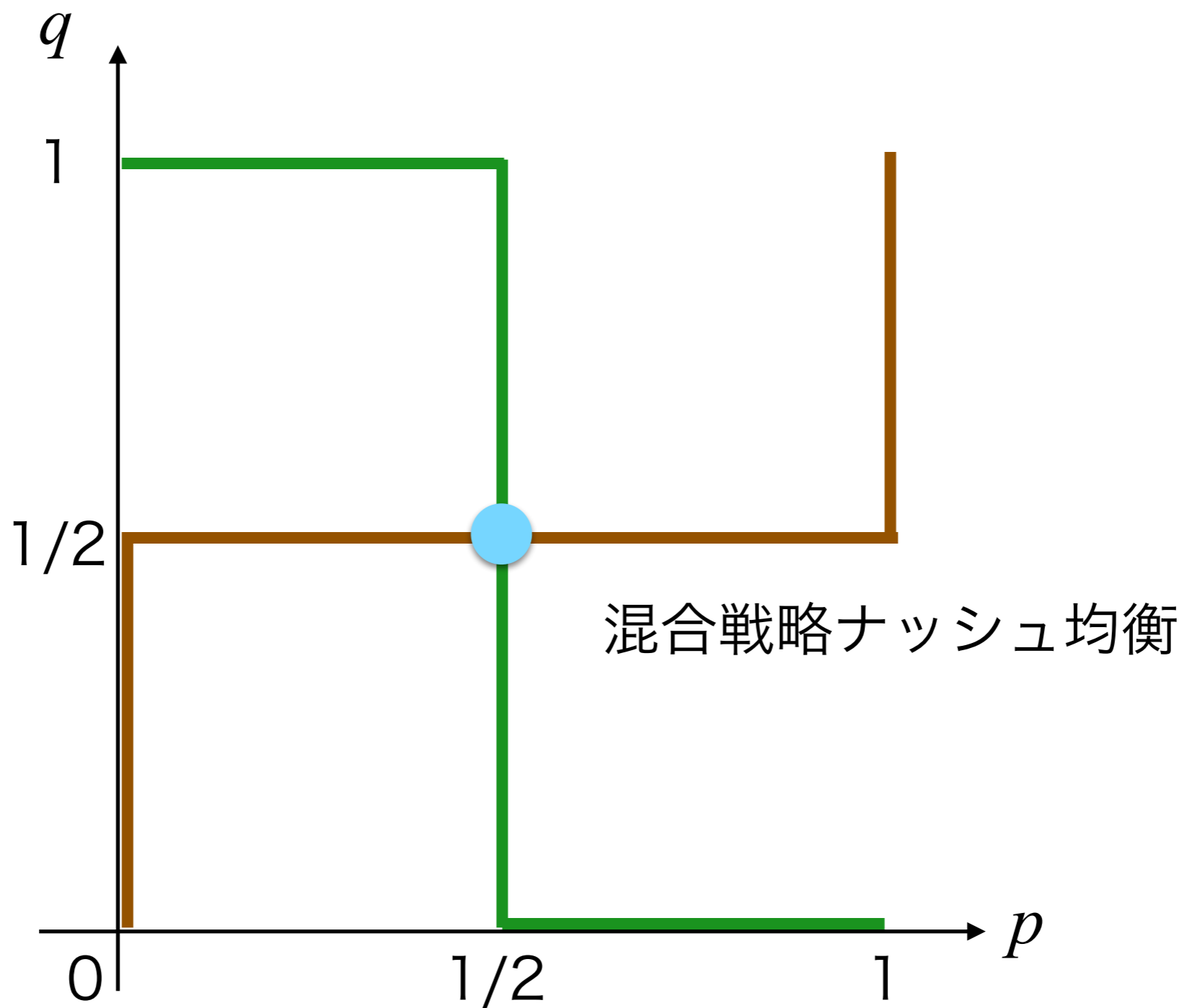


行プレイヤーの最適反応戦略 p^* のグラフ



列プレイヤーの最適反応戦略のグラフ

行プレイヤーの最適反応戦略のグラフ



行プレイヤーの混合戦略 $(p^*, 1-p^*)=(1/2, 1/2)$ に対して、列プレイヤーはその混合戦略 $(q^*, 1-q^*)=(1/2, 1/2)$ から戦略を変更する動機を持たない。

同様に、列プレイヤーの混合戦略 $(q^*, 1-q^*)=(1/2, 1/2)$ に対して、行プレイヤーはその混合戦略 $(p^*, 1-p^*)=(1/2, 1/2)$ から戦略を変更する動機を持たない。

⇒ 混合戦略 $(p^*, 1-p^*)=(1/2, 1/2)$ と $(q^*, 1-q^*)=(1/2, 1/2)$ の組み合わせは混合戦略ナッシュ均衡と呼ばれる。

混合戦略

純粹戦略の上に定義された確率分布

混合戦略での最適反応戦略

他のプレイヤーの混合戦略の組に対して、自分の期待利得を最大にする混合戦略

混合戦略ナッシュ均衡

すべてのプレイヤーの混合戦略が他のプレイヤーの混合戦略の組に対して最適反応戦略であるような混合戦略の組

定理：あらゆる有限人プレイヤーのゲームに混合戦略ナッシュ均衡が存在する。

大当たり付き硬貨合わせゲーム

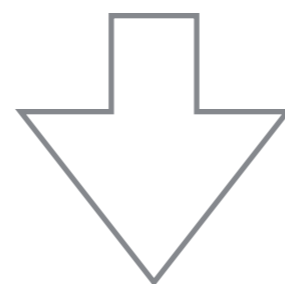
	表	裏
表	$(M, -M)$	$(-10, 10)$
裏	$(-10, 10)$	$(10, -10)$

$M=10$ 億円

これはすごい。もしも表表が出れば行プレイヤーは10億円儲かり、列プレイヤーは10億円損をする。

あなたが行プレイヤーならどうするか。もちろん10億円ほしさに表を出したいところだろう。しかし、相手もあなたと同じ程度に合理的だとすると、彼は表を出して10億円を失おうとするはずがない。彼はほぼ確実に裏を出す。そうするとあなたは相手に10円渡さなければならぬ。大当たりのあるゲームであったのに、これでは損である。しかし、10億円の損失を避けるために相手は裏を出すしかないことに気付けば、あなたも裏を出して10円儲けることができる。10億円は望めなくとも10円(雲泥の差だが)儲かるわけである。しかし、待て。相手もこちらのこの戦略を読んでくるかもしれない。10円といえどもいつもいつも負かされるのは適わないと考えてリスクを承知で表を出してくるかもしれない。それならこのチャンスを活かさない手はないとあなたは考える。

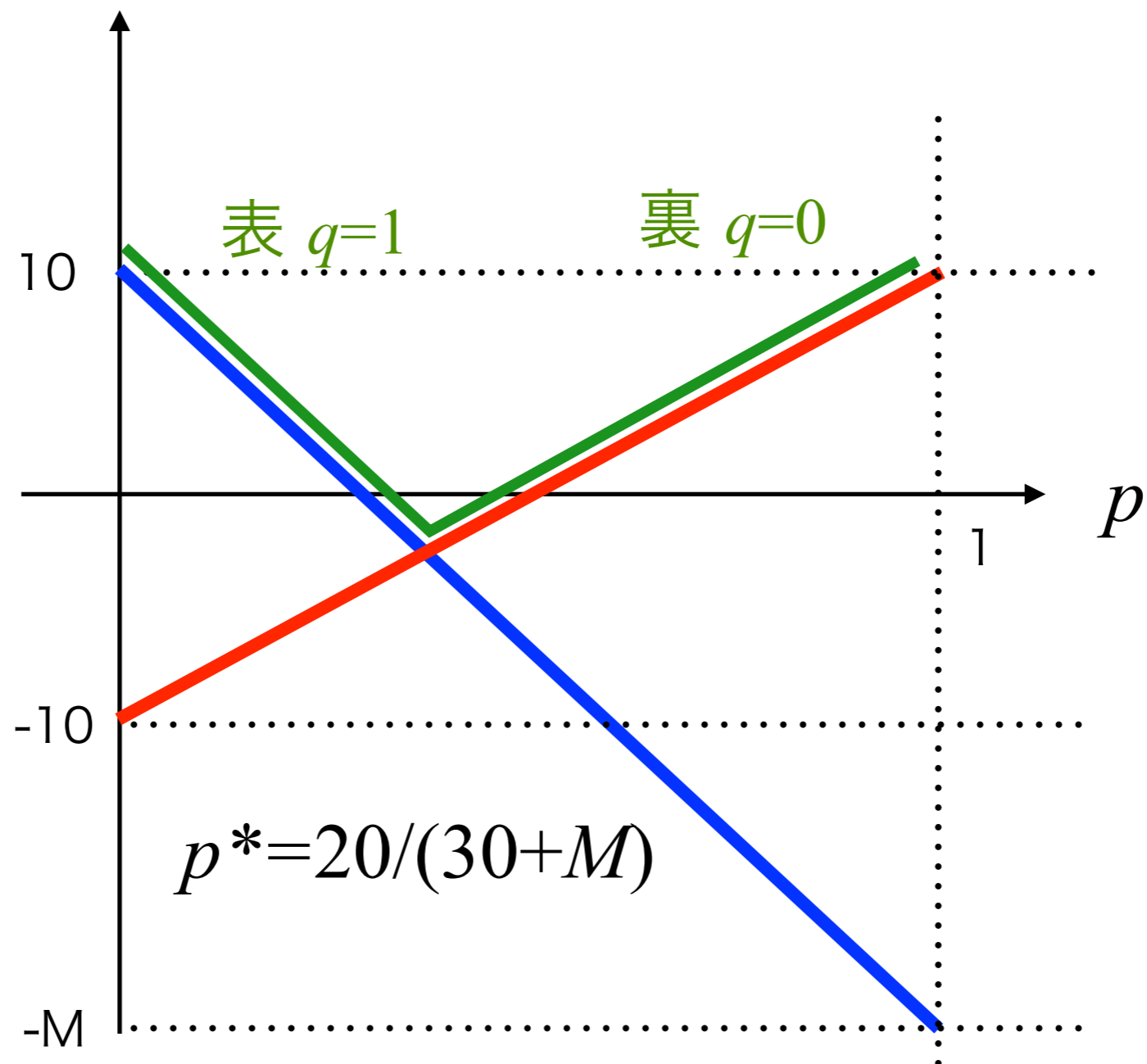
		表	裏
p	表	$(M, -M)$	$(-10, 10)$
$1-p$	裏	$(-10, 10)$	$(10, -10)$



列プレイヤーの期待利得

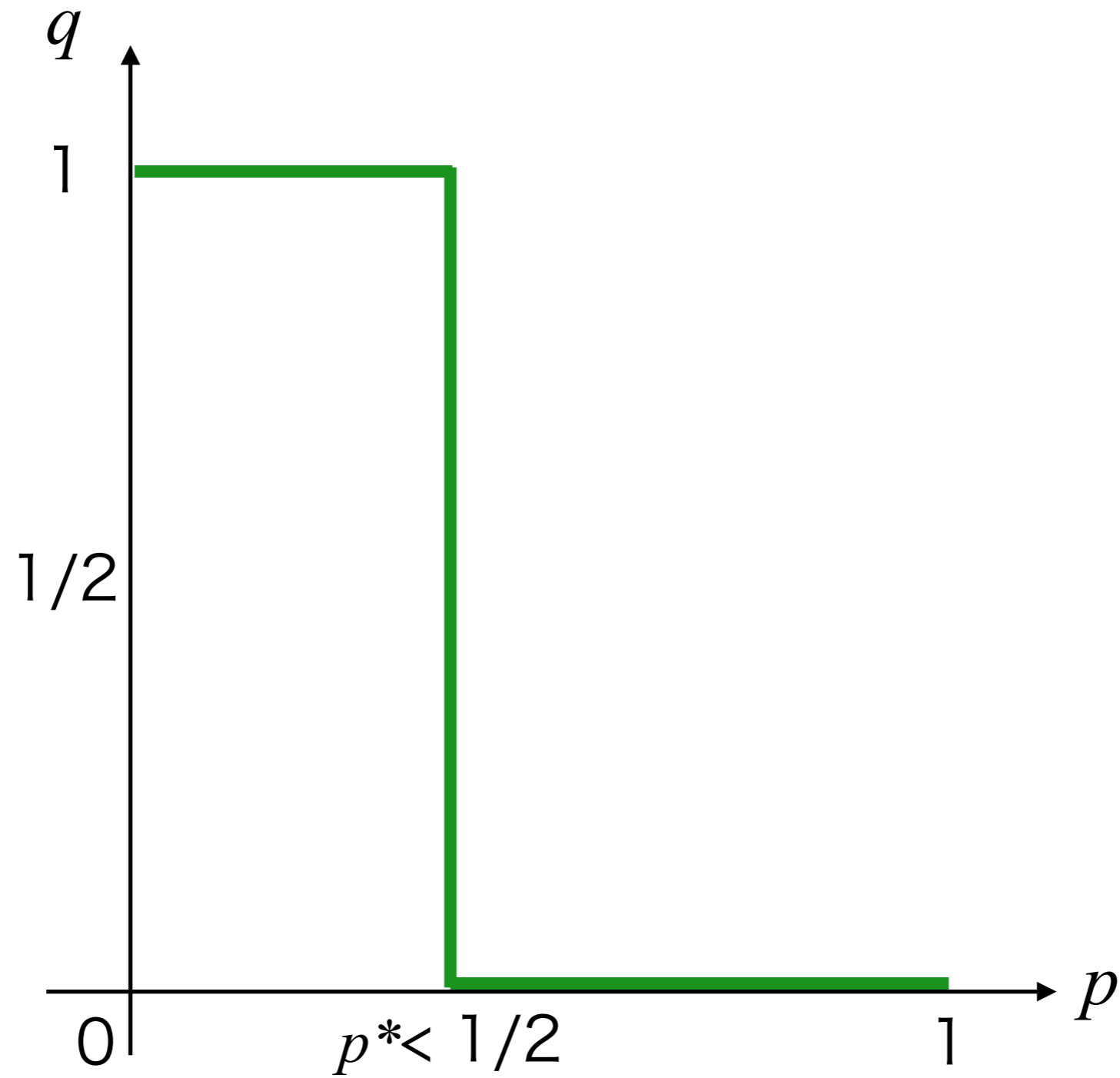
		表	裏
p 表+ $(1-p)$ 裏		$(-M)p+10(1-p)$	$10p+(-10)(1-p)$

	表	裏
p表+(1-p)裏	$(-M)p+10(1-p)$	$10p+(-10)(1-p)$



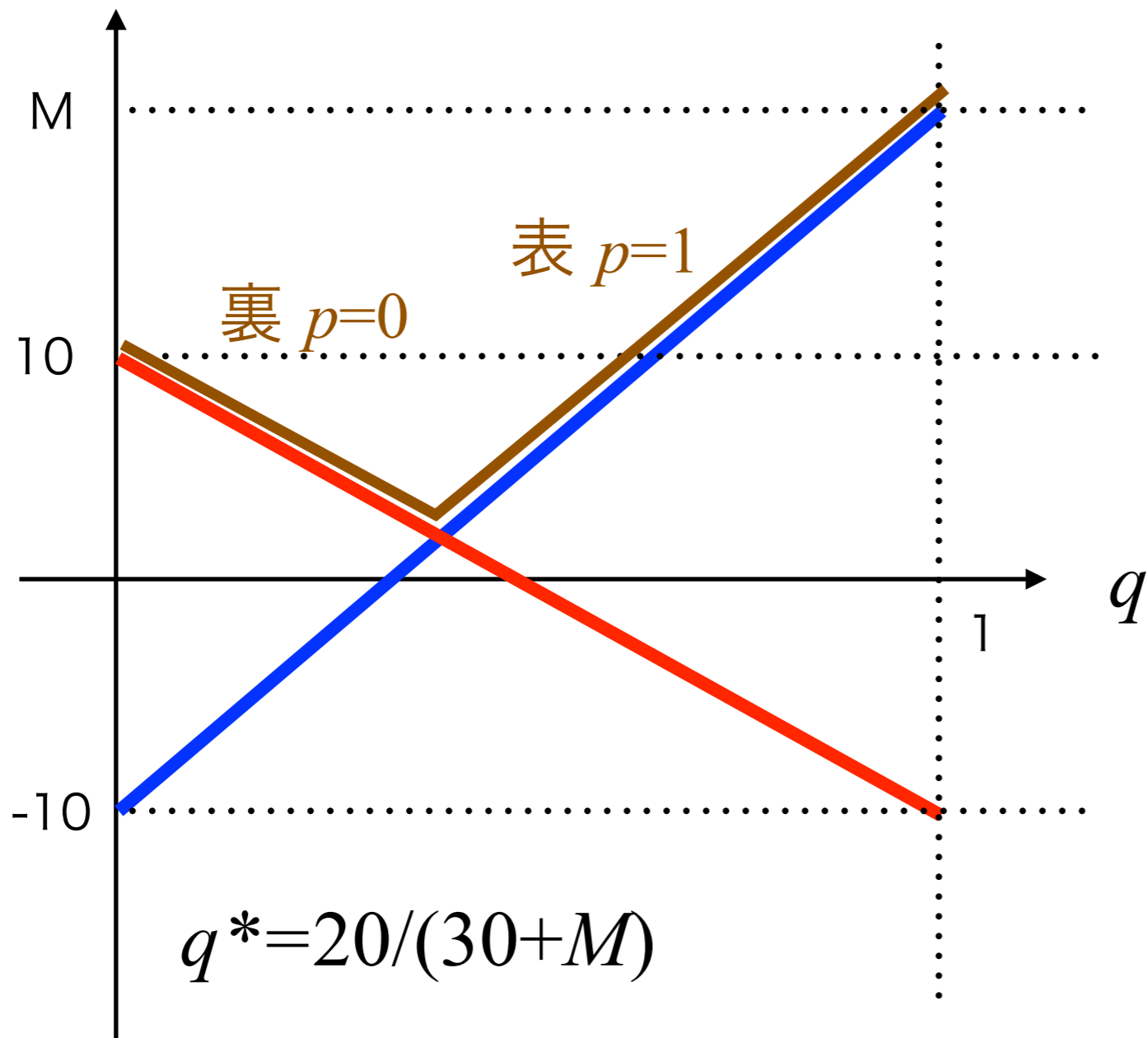
緑の折れ線は行プレイヤーの混合戦略に対する列プレイヤーの最適反応戦略

列プレイヤーの最適反応戦略 q^* のグラフ



	q	$1-q$
	表	裏
表	$(M, -M)$	$(-10, 10)$
裏	$(-10, 10)$	$(10, -10)$

	q 表+ $(1-q)$ 裏
表	$Mq+(-10)(1-q)$
裏	$(-10)q+10(1-q)$



行プレイヤーの期待利得

$$q^* = 20/(30+M)$$

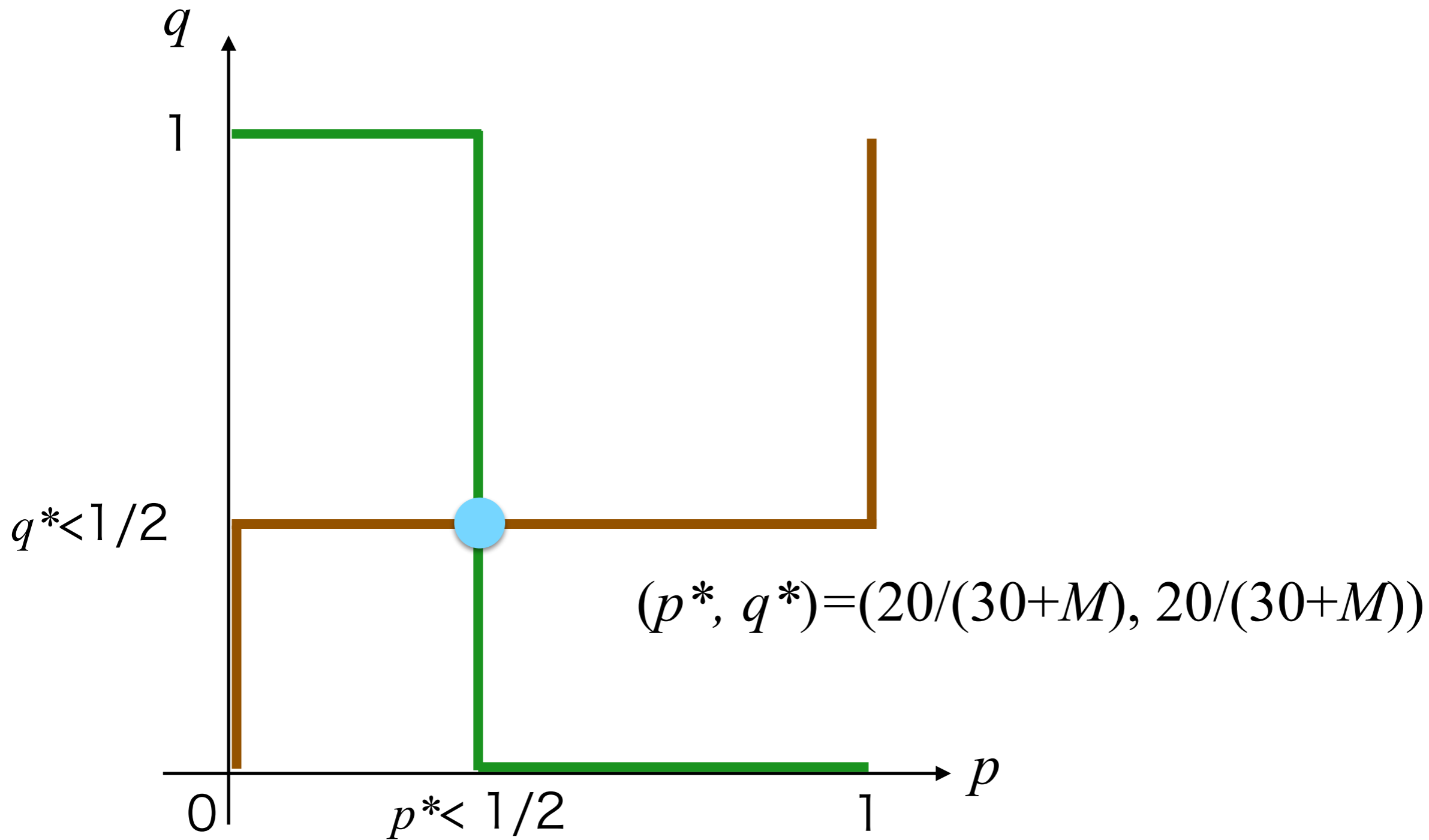
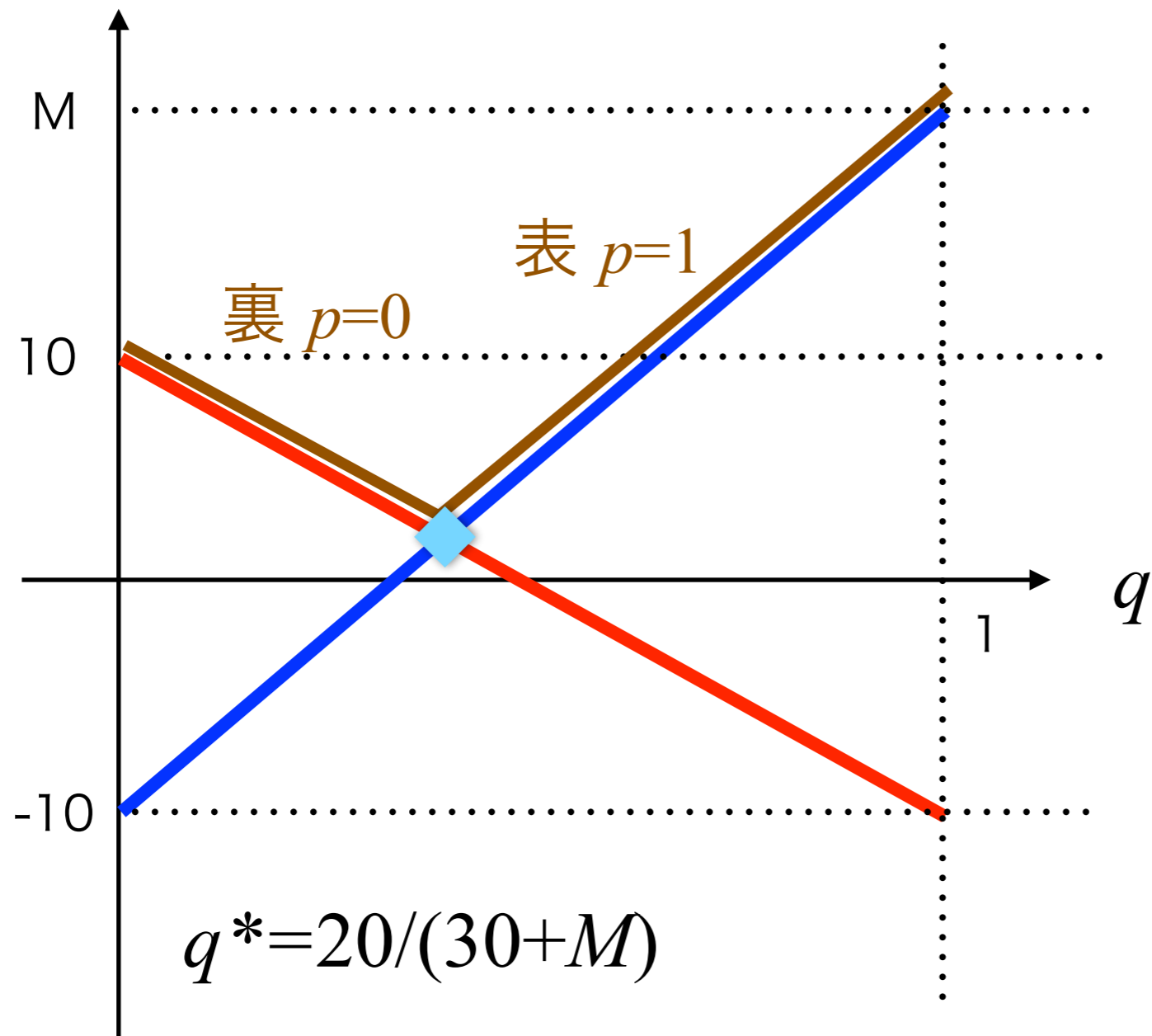


	表	裏
表	(M, -M)	(-10, 10)
裏	(-10, 10)	(10, -10)

	q	$1-q$	
	表	裏	
表	$(M, -M)$	$(-10, 10)$	⇒
裏	$(-10, 10)$	$(10, -10)$	

	q 表+ $(1-q)$ 裏
表	$Mq+(-10)(1-q)$
裏	$(-10)q+10(1-q)$



ナッシュ均衡での行プレイヤーの期待利得

じゃんけんのナッシュ均衡

		1/3	1/3	1/3
		ぐー	ちょき	ぱー
1/3	ぐー	(0, 0)	(1, -1)	(-1, 1)
1/3	ちょき	(-1, 1)	(0, 0)	(1, -1)
1/3	ぱー	(1, -1)	(-1, 1)	(0, 0)

修正版じゃんけんのナッシュ均衡はどれ？

A	B	C	D		ぐー	ちょき	ぱー
1/3	1/2	1/4	1/4	ぐー	(0, 0)	(2, -2)	(-1, 1)
1/3	1/4	1/2	1/4	ちょき	(-2, 2)	(0, 0)	(1, -1)
1/3	1/4	1/4	1/2	ぱー	(1, -1)	(-1, 1)	(0, 0)