STANLEY 予想と PARTITIONABILITY 予想

岡崎亮太

組合せ論サマースクール *2011*

$\Bbbk$ を体，$S := \Bbbk[x_1, \ldots, x_n]$ を $\Bbbk$ 上の多項式環とし，$X := \{x_1, \ldots, x_n\}$ とおく．M を $\mathbb{Z}^n$ 次数付き加群とする．$\mathbb{Z}^n$ 斉次元 $u \in M$ と，$Z \subset X$ に対し，M の $\Bbbk$ 部分空間 $u\Bbbk[Z] = \langle\, uv \mid v \in \Bbbk[Z] \,\rangle \subseteq M$ が $\Bbbk[Z]$ 加群として自由加群であるとき，$u\Bbbk[Z]$ を M のスタンレー空間と呼ぶ．M の $\mathbb{Z}^n$ 次数付き $\Bbbk$ ベクトル空間としての分解

$$(M =)\mathscr{D} = \bigoplus_{i=1}^{s} u_i\Bbbk[Z_i]$$

は各 $u_i\Bbbk[Z_i]$ が M のスタンレー空間であるとき，スタンレー分解という．また，

$$\operatorname{sdepth} \mathscr{D} := \min\{\#Z_i \mid i = 1, \ldots, s\,\}$$

を $\mathscr{D}$ のスタンレー深度，

$$\operatorname{sdepth} M = \max\{\, \operatorname{sdepth} \mathscr{D} \mid \mathscr{D} \text{ はスタンレー分解 }\}$$

を M のスタンレー深度という．スタンレーは論文 [3] において，以下の予想を提示した．

予想 (スタンレー，1982)**.** $\#\Bbbk = \infty$ のとき，

$$\operatorname{sdepth} M \geq \operatorname{depth}_S M.$$

本講演において，上記予想と，同じくスタンレーによる Partitionability 予想との関連と，スタンレー深度に関する結果 [1, 2] について紹介する．

References

[1] R. Okazaki, *A study on toric face rings and Stanley depth of monomial ideals*, Ph. D. Thesis, 2010.
[2] R. O———, *A lower bound of Stanley depth of monomial ideals*, J. Commut. Alg. **3** (2011), 83–88.
[3] R. P. Stanley, *Linear Diophantine equations and local cohomology*, Invent. Math. **68** (1982), 175–193.

The author partially supported by JST CREST.

Department of Pure and Applied Mathematics, Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, Japan

E-mail address: okazaki@ist.osaka-u.ac.jp