Department of Policy and Planning Sciences

Discussion Paper Series

No.1365

消費の時間制約と都市集積の分析

(An Analysis of Time Constraint and Urban Agglomeration)

by

村山　透
Toru MURAYAMA

December 2019

UNIVERSITY OF TSUKUBA
Tsukuba, Ibaraki 305-8573
JAPAN

消費の時間制約と都市集積の分析

An Analysis of Time Constraint and Urban Agglomeration

Toru Murayama*
University of Tsukuba

最終更新日：

2019 年 12 月 24 日

* 筑波大学大学院 システム情報工学研究科 博士後期課程（都市政策科学研究室）

CONTENTS

0 Abstract

本研究では、消費に関して、予算制約と同時に時間制約がある場合の市場の均衡と都市形成を理論的に分析する。

Dixit-Stiglitz 型効用関数を用いて、財のバラエティの増加が望ましい消費者と、その市場への企業参入（財のバラエティの増加）による都市の集積を表す一方で、財の種類の増加に伴い各財の消費に伴う時間負担が増加する、という人口増加による混雑効果とは別の効果により、需要が抑制される側面をモデルに加えて都市の形成を確認する。

政策への応用分析として、例えば、プレミアムフライデーといった、消費者の可処分時間を確保する政策を行った場合に、都市の市場の均衡、及び都市の形成にどのような影響があるかを考察する。結果として、代替の弾力性によって表される財のバラエティの選好度合いにより、均衡や政策効果が違うことがわかった。

Keywords:
消費の時間制約、財のバラエティ、Dixit-Stiglitz 型効用関数、都市集積

1 Introduction

近年、労働時間に関する制度の見直しをはじめとして、時間を重要視した様々な改革が試みられている。この中で特に、労働者の消費者としての側面を意識した取り組みとして、「プレミアムフライデー」が行なわれている。この政策の狙いとして、余暇時間の増加で消費が増大し、経済の活性化につながる、という期待がされている[*1]。

しかし、そのメカニズムはどのようなものであろうか？仮に、労働者

[*1] 参考：経済産業省 HP(http://www.meti.go.jp/policy/mono_info_service/service/premium-friday/index.html)

が厳しい予算制約に直面し、その日の食費にも窮している場合、余暇時間が増えたところで、それに伴い直ちに消費を増やすとは考え難い。むしろ、この政策に逆行して労働時間を増やし、より多くの所得を得たいと考えるかもしれない。逆に言えば、可処分所得は十分にあるものの、時間が足りないために消費行動を制限されている、という労働者の方が消費を拡大する可能性が高いのではなかろうか。

背景には、消費者が予算制約だけではなく、時間による制約にも直面していることが指摘できる。

経済学の既存研究では、消費者が、労働時間を変更することで予算制約と時間制約を調整し、最適な余暇時間と財消費の組み合わせを実現する、という考え方やモデルが様々な分野で多く用いられてきた。（例えば、Fujita and Ogawa(1982)、Brueckner(2005)、Ommeren and Rietveld(2005)、Small(2012)）しかし、現実には、必ずしも労働時間と賃金の調整は伸縮的ではない。転職には種々のコストを相当に要し、フレックスタイム制のような改革の努力も未だ道半ばである。

こうして考えると、当該政策が想定している労働者（消費者）は、完全な労働調整を達成できず、普段から時間制約を受けて消費行動を決定しているようだが、その制約の理由は如何なるものであろうか？

本研究がその原因として注目するのは、できるだけ多くの種類の財を消費することで効用が高まる、という消費者の「Love for Variety」の傾向である。財の種類が増える分だけ各財の消費にかけられる時間は少なくなり、各財の消費・需要は少なくなる。すなわち、経済が発展して消費財のバラエティが充実するほど、消費者は相対的に、より厳しい時間制約に直面するようになる。

ここで、都市経済の視点から考えてみる。都市では人や企業が集まり、様々な集積効果が生じて経済が発展する一方で、混雑による種々の費用負担の増加によってこの発展にブレーキがかかる。この 2 つの効果がバランスして都市が形成される*2。

*2参考：佐藤・田渕・山本『空間経済学』有斐閣

財のバラエティが増えれば、消費者の効用が高まる。一方で、混雑と同じように、「時間負担効果」が発生し、結果的に消費に必要な時間全体が増大する。この「時間負担効果」は、財の種類 (財の購入先の企業数) が増え、例えば、同じ企業からまとめて購入する量が減り、調達のための時間がより多くかかる、といった背景が考えられる[*3]。これは、都市の人口増加によるものとは別の混雑費用と言える。こうした効果はそれぞれ、予算制約を緩和、時間制約を厳化する原因になると予想される。

企業の参入数についても、参入企業が多いほど、消費者の時間制約を通じた影響により、個々の企業が直面する需要が減少するため、予算制約を通じたものとは別の経路で、その参入数に限界が生じる。

これらのことを踏まえ、例えばプレミアムフライデーのような、消費の可処分時間を増やす政策がどのような場合に有効か考えてみたい。

本研究のポイントとしては、財のバラエティに基づく都市集積に量的な時間制約の側面を加えたこと、また、労働時間が硬直的な場合を想定したことである。

モデルの説明に移る前に、以下、関連する先行研究を簡単に紹介する。

1.1 経済学の時間分析

時間価値の理論的考察は、主に Becker (1965) の労働時間と余暇時間の配分の分析や、DeSerpa (1971) による財消費に伴う時間消費を踏まえた時間価値の種類の分別に始まり、そうして得られた時間価値の実証的検証とモデルの修正が行われ発展してきた[*4]。

[*3] 例えば、取引する財の売り手の数が増えるほど、別々の相手と会うために時間がかかるようになる。ホームセンターのように１つの店舗に財がまとめられていても、同じ財をまとめ買いするのに比べ、様々な財を購入するのには、店内での捜索活動が必要になる。オンラインショッピングにおいても、財の種類が多いほど、目当ての品物を探す手間がかかる。

[*4] この他にも、同時期に時間消費に注目した研究があるが、予算ではなく時間制約のみがバインドする可能性は、Evans (1972) が指摘するに留まる。その後の研究としては、Jara-Díaz (2007)、Jara-Díaz, Munizaga, Greeven, Guerra and Axhausen (2008)、Small (2012) などがある。特に Carpio and Wohlgenant (2010) は DeSerpa (1971) を直接的に応用・発展させている。

また、時間価値は、(例えば、都市の交通インフラ政策判断を目的とした)交通需要予測の文脈で度々登場する*[5]。所得と余暇が背景にあるため、それらに影響する通勤時間に注目した研究も多い*[6]。さらに、都市の中での通勤コストを勘案した住居立地のような、都市形成の一般均衡の議論にもつながる*[7]。

既存研究では、時間価値は、労働時間と所得のトレードオフ、すなわち賃金率によって計測できるとすることで、時間価値が金銭的に評価される、と仮定されてきた。通勤時間についても、労働時間から、すなわち所得を増減することで調整されると仮定することで、既存の金銭的評価の枠組みで分析がなされてきた*[8]。

しかし、Shaw(1992) が指摘するように、必ずしもこのように定義された時間価値が実際の時間のトレードオフを表現し得ない。

本研究では、労働時間や労働賃金の調整は不完全で、予算制約と時間制約の間で資源交換による調整はされず、別々に消費量の上限を生じさせ、消費するの行動を制約すると想定して分析を行う。また、消費者の通勤時間と地代の間に、都市の中心からの立地距離で調整できるトレード・オフ関係を設けることで、この資源交換の可能性を緩和し、都市の空間的形成を考察する。

1.2 財のバラエティ

財のバラエティが豊富なほど、消費者の効用が高まるモデルとして、Dixit-Stiglitz 型効用関数がある*[9]。このモデルは産業組織論の研究においてよく用いられているが、Krugman(1991a) と関連の研究においてもこの Dixit-Stiglitz モデルが用いられ、財のバラエティの種類が増加

*[5] 例えば、Fujii,Kitamura and Kumada (1998)、Kono and Morisugi (2001)、Kato and Imai (2005)、Borger and Mogens (2008)

*[6] Timothy and Wheaton (2001)、Ommeren and Piet (2005)

*[7] 都市の通勤と立地については例えば、White (1988)、Brueckner (2005)

*[8] こうした考え方に基づいた研究例として、Aguiar and Erik (2007)

*[9] Dixit and Stiglitz (1977)、Stiglitz (2017)

するほどに価格指数が低くなることが示されている。本研究ではこの価格に関する結論が一部異なる。時間制約により、需要に価格硬直的部分が発生し、必ずしも価格指数が低下しない。ただし、本研究のモデルでは、単一の都市を想定しているために、複数の地域を仮定しているKrugman(1991a) とは異なる点には注意が必要である。

2 The Model

2.1 The Utility Function

財の種類が多いほど効用が高まることを反映し、Dixit-Stiglitz 型効用関数を用いる。Dixit and Stiglitz(1977) や Stiglitz(2017) を参考にして、次のようにする。

$$U = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}}, \rho \in (0, 1) \tag{1}$$

x_i は第 i 財の消費量、n はこの市場の財の種類の数（参入している企業の総数）である[*10]。また、ρ は消費財間の一定の代替の弾力性を表しており、この値が 0 に近いほど財のバラエティの増加による効用の向上が大きくなる[*11]。

2.2 The Constraints

p_i を第 i 財の価格 ($p_i > 0$)、Y を消費者の可処分所得 ($Y > 0$) とすると、消費者の予算制約は次のように表される。

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq Y \tag{2}$$

また、$a_i (> 0)$ を第 i 財の 1 単位の消費に必要な時間の消費量（第 i 財

*10 財の種類の数と企業数を同じものとして単純化する。

*11 代替の弾力性は $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$ という形でもあらわされる。

の時間価格パラメータ、$T_c(>0)$ を消費者の可処分時間とすると、この消費者の時間制約は次のとおりである。

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq T_c \tag{3}$$

消費者は、これら 2 つの制約を同時に満たすように消費を決定する。

2.3 時間価格パラメータ a_i の仮定

財消費には時間の消費が伴う。逆に言えば、ある時間の消費には財の消費が伴う。例えば、”午後のティータイム”には、”午後の休憩時間”と”紅茶”の両方が必要である。さらに、財消費には最低限の時間が必要である（T_i を第 i 財についての時間の消費量として、$T_i \geq a_i x_i$）と同時に、時間消費に最低限の量の財が必要である $\left(x_i \geq \frac{T_i}{a_i'}\right)$。ここで、それぞれの最低限の必要量のパラメータ a_i と a_i' が等しければ、$T_i = a_i x_i$ となる。現実には財の量と時間の消費量の関係は、人によって様々であるが、大きく分散せず両者の範囲が十分に狭く、ある平均的な値 a_i であると仮定して、消費行動の全体的な傾向を見たい。

ここからは、$\sum_{i=1}^{n} T_i \leq T_c$ を $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq T_c$ と表す。

以下、時間価格がそれぞれ全ての財で同じと仮定することで単純化してこの最適化を考えてみる。

$$a_i = a(n), \forall i \tag{4}$$

$$\frac{da(n)}{dn} \geq 0 \tag{5}$$

2.4　消費者の最適化

Krugman(1991a) や森 (2005)[*12]の計算を参考にして、それぞれの制約がバインドする場合ごとに財の需要を求める。

予算制約がバインドする場合は、

$$x_i^{*Y} = \frac{Y}{p_i^{\frac{1}{1-\rho}} \sum_{j=1}^{n} p_j^{\frac{\rho}{\rho-1}}} \tag{6}$$

時間制約がバインドする場合は、

$$x_i^{*T} = \frac{T_c}{a_i(n)^{\frac{1}{1-\rho}} \sum_{j=1}^{n} a_j(n)^{\frac{\rho}{\rho-1}}} \tag{7}$$

ただし、多数の企業が市場に参入しており、そのうちの１企業の価格支配力は小さいものと考えて単純化する。すなわち、$p_i = p, \forall i$ を仮定する。また、$a_i(n) = a(n), \forall i$ と仮定したため、予算制約がバインドする場合は、

$$x_i^{*Y} = \frac{Y}{np} \tag{8}$$

よって

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(n) x_i^{*Y} = a(n)\frac{Y}{p} \leq T_c \tag{9}$$

すなわち、

$$\frac{Y}{p} \leq \frac{T_c}{a(n)} \tag{10}$$

時間制約がバインドする場合は、

$$x_i^{*T} = \frac{T_c}{na(n)} \tag{11}$$

[*12]『独占的競争モデル』 京都大学経済研究所 森知也　平成 17 年 7 月 3 日 (http://www.mori.kier.kyoto-u.ac.jp/courses/monopolistic_competition.pdf)

よって

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i^{*T} = p\frac{T_c}{a(n)} \leq Y \tag{12}$$

すなわち、

$$\frac{T_c}{a(n)} \leq \frac{Y}{p} \tag{13}$$

このように、いずれの制約がバインドするかは、$a(n)$ 及び企業の反応に依存する。そこで、次は、企業の参入数を決定するプロセスである、企業の利潤最大化をみる。

2.5 企業の利潤最大化

第 i 企業の利潤を次のように定義する。

$$\pi_i = p_i x_i - cx_i + F \tag{14}$$

$c(>0)$ は限界費用、$F(>0)$ は固定費用である。これらは、すべての企業について同じとする。

2.5.1 予算制約がバインドする場合

予算制約がバインドする場合は、独占的競争の結果から、均衡の生産量、価格、企業数が導かれる[*13]。

$$x^{*Y} = \frac{(\sigma-1)(Y-F)}{\sigma c} = \frac{\rho(Y-F)}{c} \tag{15}$$

$$p^{*Y} = \frac{\sigma c}{(\sigma-1)(1-F/Y)} = \frac{c}{\rho(1-F/Y)} \tag{16}$$

$$n^{*Y} = 1 + \frac{1}{\sigma}\left(\frac{Y}{F} - 1\right) = \rho + (1-\rho)\frac{Y}{F} \tag{17}$$

[*13] $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$ より、$\frac{\sigma-1}{\sigma} = \rho$

2.5.2　時間制約がバインドする場合

時間制約がバインドする場合、各企業が直面する需要は価格によって変化しない部分を持つので、利潤最大化行動として、価格は、予算制約下の需要曲線と、時間制約下の需要曲線の交点、すなわち、時間制約下の最大の需要量における最も高い価格となる。

この時、予算制約下の需要に沿った価格付けによって結果的に予算制約もバインドするため、「予算制約のみがバインドする場合」、「時間制約がバインドし、予算制約が後からバインドする場合」、「予算制約と時間制約の両方が最初から同時にバインドする場合」の3つの場合がある、というのがより正確な表現である。

時間制約がバインドする場合、均衡の生産量と価格はそれぞれ次のように表すことができる。

$$x^{*T} = \frac{T_c}{na(n)} \tag{18}$$

$$p^{*T} = \frac{Y}{T_c}a(n) \tag{19}$$

ここで、企業の利潤は、

$$\pi^{*T} = (p^{*T} - c)x^{*T} - F \tag{20}$$

であるので、均衡の生産量と価格を代入して、次のようになる。

$$\begin{aligned} \pi^{*T} &= \left(\frac{Y}{T_c}a(n) - c\right)\frac{T_c}{na(n)} - F \\ &= \left(\frac{Y}{n} - \frac{cT_c}{na(n)}\right) - F \end{aligned} \tag{21}$$

2.6　$a(n) = a$ の場合の均衡

予算制約と時間制約のバインドは、$\frac{T_c}{a}$ と $\frac{Y}{p}$ の比較で決まる。

時間制約がバインドする場合、企業のゼロ利潤条件から、

$$n^{*T} = \frac{aY - cT_c}{aF} \tag{22}$$

$$x^{*T} = \frac{FT_c}{aY - cT_c} \tag{23}$$

$$p^{*T} = \frac{aY}{T_c} \tag{24}$$

時間制約がバインドする条件は、$x^{*T} < x^{*Y}$ より、

$$0 < \frac{FcT_c}{Y[a(Y-F) - cT_c] + FcT_c} < \rho \tag{25}$$

以上の結果は次のようにまとめられる。

Proposition I-1

$a(n) = a$ で、$Y > F$ かつ $aY - cT_c > 0$ かつ $\frac{FcT_c}{Y[a(Y-F)-cT_c]+FcT_c} < \rho$ の場合、

時間制約がバインドし、均衡の解は、
$n^{*T} = \frac{aY-cT_c}{aF}, \quad x^{*T} = \frac{FT_c}{aY-cT_c}, \quad p^{*T} = \frac{aY}{T_c}$ となる。

Proposition I-2

$a(n) = a$ で、$Y > F$ かつ $aY - cT_c > 0$ かつ $\rho < \frac{FcT_c}{Y[a(Y-F)-cT_c]+FcT_c}$ の場合、

予算制約がバインドし、均衡の解は、
$x^{*Y} = \frac{\rho(Y-F)}{c}, \quad p^{*Y} = \frac{c}{\rho(1-F/Y)}, \quad n^{*Y} = \rho + (1-\rho)\frac{Y}{F}$ となる。

Proposition I-3

$a(n) = a$ で、$Y > F$ かつ $aY - cT_c > 0$
かつ $\rho = \frac{FcT_c}{Y[a(Y-F)-cT_c]+FcT_c}$ の場合、
予算制約と時間制約が同時にバインドし、均衡の解は、
$x^{*Y} = x^{*T}$, $p^{*Y} = p^{*T}$, $n^{*Y} = n^{*T}$ を満たす。

2.6.1 $Y > F$ と $aY - cT_c > 0$ の意味

ところで、この $Y > F$ とは何を意味しているのだろうか。

F はこの（ある１つの都市、もしくは地域の）市場に参入している n 企業（もしくは、企業中の財のバラエティ毎の生産を担当する部署）のうちの１つが直面する固定費用である。

Y は、消費者の所得である。この消費者は、ここまででは人数を明確にしていなかったが、抽象的な１つの経済主体である。すなわち、その所得 Y は、この都市（地域）内の GDP に相当する。また、Y も F もある一定期間 T_c における値である。このような Y に対して、高々１企業の固定費用である F は相当に小さいものと考え、$Y > F$ とするのが現実的と考えられる。

$aY - cT_c > 0$ については、変形すると、$c < \frac{aY}{T_c} = p^{*T}$ となり、企業の限界利潤が正であることを意味する。時間制約により、価格を引き上げる余地があることを考えると、これも妥当な仮定と言える。

3 Comparative Statics I

3.1 T_c の変化による均衡での消費者の効用水準の変化 (1)

前述の部分均衡において、T_c が変化した場合の消費者の効用水準の変化を見る。この T_c の変化は、例えばプレミアムフライデーのような政策によって、ある限られた期間に、消費に充てうる可処分時間が増加したというような場合である。

注意点として、この場合の消費の可処分時間の増減が、所得を変化さ

せないと仮定していることを指摘しておく。これはすなわち、現在行われているプレミアムフライデーの如く、この限られた期間においては、余暇時間以外の条件が変化しない、という仮定である。

均衡の効用水準は、

$$
\begin{aligned}
U(x^{*T}) &= \left(n^{*T} x^{*T\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}} \\
&= n^{*T\frac{1}{\rho}} x^{*T} \\
&= \left(\frac{aY - cT_c}{aF}\right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} \frac{T_c}{a}
\end{aligned} \tag{26}
$$

よって、均衡での効用水準を T_c で微分した結果は、次のとおりである。

$$
\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c} = \frac{1}{a^2 F}\left(\frac{aY - cT_c}{aF}\right)^{\frac{1-2\rho}{\rho}}\left(aY - \frac{cT_c}{\rho}\right) \tag{27}
$$

$$
\frac{\partial^2 U(x^{*T})}{\partial T_c^2} = -\frac{(1-\rho)c}{\rho^2 a^3 F^2}\left(\frac{aY - cT_c}{aF}\right)^{\frac{1-3\rho}{\rho}}(2\rho aY - cT_c) \tag{28}
$$

よって、可処分時間 (T_c) を変更する政策の効果は、次のようにまとめられる。

Proposition I-4

$a(n) = a$ で、均衡が時間制約下の (x^{*T}, p^{*T}, n^{*T}) の時、

1. $\rho > \frac{cT_c}{aY}$ である場合は、可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準が上昇する。
2. $\rho < \frac{cT_c}{aY}$ である場合は、可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準が低下する。
3. $\rho = \frac{cT_c}{aY}$ である場合は、可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準は変化しない。

特に $\rho > \frac{cT_c}{2aY}$ の時、$\frac{\partial^2 U(x^{*T})}{\partial T_c^2} < 0$ となるので、効用水準が最も高くなる政策目標は次のようになる。

$$T_c^* = \frac{\rho a Y}{c} \tag{29}$$

3.2 Y の変化による均衡での消費者の効用水準の変化 (1)

均衡の効用水準を可処分所得 Y で微分した結果は次のとおりである[*14]。

$$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} = \frac{1-\rho}{\rho}\left(\frac{aY - cT_c}{aF}\right)^{\frac{1-2\rho}{\rho}} \frac{T_c}{aF} \tag{30}$$

よって、$aY - cT_c > 0$ である限り、$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} > 0$ となるので、可処分所得の増加政策は常に有効である。

Proposition I-5

$aY - cT_c > 0$ を仮定した時間制約下の均衡 (x^{*T}, p^{*T}, n^{*T}) において、可処分所得 Y を増加させると均衡の効用水準 $U(x^{*T})$ は常に増加する。

4 Comparative Statics II

4.1 $a(n) = n$ の場合の均衡

ここまでは、財のバラエティの増加により、各財に投じられる時間が平均的に少なくなる、という必然的な時間負担効果のみを想定してきた。しかし、消費する財の種類の増加は、各財の消費に必要な時間投入量を

[*14] 二階微分については、$\frac{\partial^2 U(x^{*T})}{\partial Y^2} = \frac{(1-\rho)(1-2\rho)}{\rho^2}\left(\frac{aY - cT_c}{aF}\right)^{\frac{1-3\rho}{\rho}} \frac{T_c}{aF^2}$

増加させ得る。これは、例えば、それまで同じ企業からまとめ買いしていた量を減らして別の企業と取引するため、調達の時間が余計にかかる、といったことで生じる。以下では、このことを明示的にモデルに組み入れて、分析結果に現れる違いを確認していく。

以上の仮定を、時間価格 a_i が財の種類の総数 n の増加関数とすることで表す。$a_i(n)$ は 2 回微分可能とする。

$$a_i = a_i(n), \forall i \tag{31}$$

$$\frac{da_i(n)}{dn} > 0 \tag{32}$$

ここからは、$a(n) = n$ として解を求める。

$$x^{*T} = \frac{T_c}{n^2} \tag{33}$$

であるので、価格は、各財の支出の総和の関係 $(Y = np^{*T}x^{*T})$ から

$$p^{*T} = \frac{nY}{T_c} \tag{34}$$

利潤は、

$$\begin{aligned} \pi^{*T} &= \left(\frac{nY}{T_c} - c\right)\frac{T_c}{n^2} - F \\ &= \frac{Y}{n} - \frac{cT_c}{n^2} - F \end{aligned} \tag{35}$$

ゼロ利潤 $(\pi^{*T} = 0)$ の条件より、企業数 n^{*T} の解は 2 つ求められるが、小さい方の解においては、企業数（財のバラエティ数）の増加によって企業の利潤が増加するため、均衡の企業数は次のようになる。

$$n^{*T} = \frac{Y + \left(Y^2 - 4FcT_c\right)^{\frac{1}{2}}}{2F} \tag{36}$$

以上の企業数を代入して、x^{*Y} と x^{*T} を比較してみる。時間制約がバインドするのは、$x^{*Y} > x^{*T}$ の時なので、次の式が導かれる。

$$x^{*Y} = \frac{\rho(Y - F)}{c} > \frac{4F^2T_c}{\left(Y + (Y^2 - 4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2} = x^{*T} \tag{37}$$

ここで、$x^{*Y} > 0$ なので、$Y > F$ である。これを整理すると次のようになる。

$$\rho > \frac{4F^2cT_c}{(Y-F)\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2} > 0 \tag{38}$$

Proposition II-1

$a(n) = n$ で、$\rho > \frac{4F^2cT_c}{(Y-F)\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2} > 0$ の場合、

時間制約がバインドし、均衡の解は、
$x^{*T} = \frac{4F^2T_c}{\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2}, \quad p^{*T} = \frac{4F^2Y}{\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2},$
$n^{*T} = \frac{Y+\left(Y^2-4FcT_c\right)^{\frac{1}{2}}}{2F}$ となる。

予算制約下の均衡についても、次のようにまとめられる。

Proposition II-2

$a(n) = n$ で、$Y > F$ かつ $\rho < \frac{4F^2cT_c}{(Y-F)\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2}$ の場合、

予算制約がバインドし、均衡の解は、
$x^{*Y} = \frac{\rho(Y-F)}{c}, \quad p^{*Y} = \frac{c}{\rho(1-F/Y)}, \quad n^{*Y} = \rho+(1-\rho)\frac{Y}{F}$ となる。

予算制約と時間制約が同時にバインドする場合は次の通りである。

Proposition II-3

$a(n)=n$ で、$Y>F$ かつ $\rho=\frac{4F^2cT_c}{(Y-F)\left(Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right)^2}>0$ の場合、

予算制約と時間制約が同時にバインドし、均衡の解は、

$x^{*Y}=x^{*T}$, $p^{*Y}=p^{*T}$, $n^{*Y}=n^{*T}$ を満たす。

4.2 T_c の変化による均衡での消費者の効用水準の変化 (2)

均衡 (x^{*T},p^{*T},n^{*T}) における消費者の効用水準 $U(x^{*T})$ は次のようになる。

$$U(x^{*T})=(2F)^{\frac{2\rho-1}{\rho}}T_c\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{2\rho-1}{\rho}} \tag{39}$$

ここで、T_c による変化を確かめる。

$$\begin{aligned}&\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c}\\ =&\left[\frac{1}{T_c}+\left(\frac{2\rho-1}{\rho}\right)\frac{2Fc}{Y(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}+Y^2-4FcT_c}\right]U(x^{*T})\end{aligned} \tag{40}$$

$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c}>0$ となるのは、

$$(1>)\rho>\frac{2FcT_c}{Y\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]}(>0) \tag{41}$$

の場合である。

逆に、$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c}<0$ となるのは、

$$(0<)\rho<\frac{2FcT_c}{Y\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]} \tag{42}$$

の場合である。

このことから、可処分時間を増加させる政策によって消費者の効用水準を改善させるためには、以上の条件に沿って、消費者の可処分所得が

十分に大きいことや、代替の弾力性 (ρ) が十分に大きいことが必要となる。逆に、これらの条件を満たさない場合、消費者の効用水準が低下し得る。

Proposition II-4

$a(n) = n$ で、$Y > F$, $Y^2 > 4FcT_c$ かつ、均衡が時間制約下の (x^{*T}, p^{*T}, n^{*T}) の時、

1. $\rho > \frac{2FcT_c}{Y\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]}$ である場合は、
   可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準が上昇する。
2. $\rho < \frac{2FcT_c}{Y\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]}$ である場合は、
   可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準が低下する。
3. $\rho = \frac{2FcT_c}{Y\left[Y+(Y^2-4FcT_c)^{\frac{1}{2}}\right]}$ である場合は、
   可処分時間 T_c の増加により消費者の効用水準は変化しない。

均衡の条件は $a(n) = a$ の時よりも複雑に見えるが、$a = n^{*T}$ を代入すると同じ形であるとわかる。$a(n) = n$ の時には、生産の固定費用 F の影響を受ける。

4.3 Y の変化による均衡での消費者の効用水準の変化 (2)

予算制約下で均衡が決まる場合は、所得 Y の増加は効用を改善する。

$$U(x^{*Y}) = \left[\rho + (1-\rho)\frac{Y}{F}\right]^{\frac{1}{\rho}} \frac{\rho(Y-F)}{c} \tag{43}$$

$$\frac{\partial U(x^{*Y})}{\partial Y} = \frac{1}{cF}\left[\rho + (1-\rho)\frac{Y}{F}\right]^{\frac{1-\rho}{\rho}} \left[(Y-F)(1-\rho^2) + \rho F\right] > 0 \tag{44}$$

一方で、時間制約下では、可処分時間と可処分所得のそれぞれの増減

による効果は、場合によって異なる。

$$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} = \frac{(1-2\rho)U(x^{*T})}{\rho(Y^2 - 4FcT_c)^{\frac{1}{2}}} \tag{45}$$

ここで、この効果は、ρ の値によって決まる。

- $\rho < \frac{1}{2}$ の時、$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} > 0$
- $\rho > \frac{1}{2}$ の時、$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} < 0$
- $\rho = \frac{1}{2}$ の時、$\frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} = 0$

$\frac{1}{2} > \frac{2FcTc}{Y[Y+(Y^2-4FcTc)^{\frac{1}{2}}}$ であるので、可処分時間と可処分所得の増減効果は、まとめて次のように場合分けされる。

1. いずれの増加も効用を改善する場合
   : $\frac{2FcTc}{Y[Y+(Y^2-4FcTc)^{\frac{1}{2}}]} < \rho < \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c} > 0 \quad and \quad \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} > 0$
2. いずれの増加も効用を悪化する場合
   :定義的にあり得ない。
3. 可処分時間の増加により改善、可処分所得の増加により悪化する場合
   : $(0 <)\rho < \frac{2FcTc}{Y[Y+(Y^2-4FcTc)^{\frac{1}{2}}]}(< \frac{1}{2})$
   $\Rightarrow \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c} > 0 \quad and \quad \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} < 0$
4. 可処分時間の増加により悪化、可処分所得の増加により改善される場合
   : $\frac{1}{2} < \rho(< 1) \Rightarrow \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial T_c} < 0 \quad and \quad \frac{\partial U(x^{*T})}{\partial Y} > 0$

これらのことは、労働者（消費者）が自ら労働時間の調整を完全に行えない場合、外生的に消費のための可処分時間を増やす政策が、消費者の財のバラエティに対する姿勢によって、必ずしも効用を改善するわけではなく、不変あるいは悪化させ得ることを示している。

また、この結果は、時間制約下においても、可処分所得を外生的に増減させる政策が有効である可能性を示している。特に 4. においては、他の場合に比べて ρ は 1 に近く、財のバラエティへの選好が比較的低いこ

とを意味しているが、制約下にある時間資源を増やしてやると、効用水準を低下させてしまう。解釈としては、時間制約の緩和により、本質的にはバインドしていない予算制約がもたらす利潤を狙った企業参入が過剰に起こり、財のバラエティ増加による効用の改善を上回るほどにまで時間的混雑が激化し、結果的には消費者にとっての最適なバランスからは離れた均衡に至るものと考えられる。

多様性への志向は経済を発展させる原動力であるが、同時に足枷になりうることを示唆しているのではないだろうか。

5 Further Applications

1. 時間制約下での価格硬直部分の差額は値上げによって企業の収入になるとしたが、一部は貯蓄に充てられるかもしれない。より正確な分析には、多期間の消費行動の確認なども必要である。
2. 集積効果によって企業の生産費用が低下するかもしれない。本論では、この他の集積効果や混雑効果を省略した。
3. 本論中では労働者（消費者）は抽象的に１つの経済主体としてしか表さなかったが、労働者の人数を具体的に導入することで、人口規模による差異、他の集積効果と混雑効果の導入、労働市場の考慮といったことが可能になる。
4. 属性の異なる消費者を仮定することも考えられる。例えば賃金による収入格差や傷病者のように、選好ではなく、賃金関数や時間価格パラメータによって表すべき差異が現実の消費者にはある。
5. 本論のモデルでは省略したが、距離に応じた金銭的通勤費用の存在が考えられる。逆に、全額負担の通勤手当を仮定するならば省略できる。また、交通手段についても、より高価で高速な移動手段を選べる場合、消費者は通勤時間短縮のために金銭的費用を投じるかもしれない。
6. 住居立地については、住宅と土地の広さを選べる場合には結果が変わるかもしれない。

6 Concluding Remarks

本研究では、消費の時間制約を踏まえた市場均衡と都市形成を分析した。

Dixit-Stiglitz モデルを用いた分析により、財のバラエティの増加による集積効果の一方、各財の消費に伴う時間負担増加が需要を抑制し、均衡と都市構造に影響することがわかった。

対称均衡を確認した結果、「予算制約のみがバインドする場合」、「時間制約がバインドし、後から予算制約がバインドする場合」、「時間制約と予算制約が最初から同時にバインドする場合」の 3 つの場合があり、財のバラエティの選好度を表す代替の弾力性を基準として条件を表すことができた。

比較静学分析では、可処分時間を外生的に増加させる政策として、プレミアムフライデーを例として考察を行なった。結果として、可処分時間の増減は、代替の弾力性を基準とした条件によって、消費者の効用水準を改善する場合と悪化させる場合の両方がありうることがわかった。また、同時に、可処分所得の増加政策は常に有効であるとわかった。

時間価格パラメータが定数ではなく、財のバラエティの数の増加関数 $a = a(n)$ とすることで、より強い「時間負担効果」を仮定した場合に、可処分所得の増加が常に効用水準を改善しないことがわかった。また、可処分時間と可処分所得の増減効果が逆に働く場合があることもわかった。

以上より、可処分時間の増減政策は、他の政策などによる可処分所得の増減を考慮しつつ、消費者の財のバラエティの選好度に基づき行うべきであることがわかった。

これ以降の応用とモデルの修正として、他の集積効果と混雑効果、人口や労働市場、消費者の属性による差異、また、交通手段の選択や住宅と土地の広さの選択を導入することが考えられる。

References

[1] Aguiar, Mark and Hurst, Erik (2007) "Measuring Trends in Leisure: The Allocation of Time over Five Decades", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 122, No. 3 (Aug., 2007), pp. 969-1006

[2] Becker, Gary S. (1965) "A theory of the allocation of time", *The Economic Journal*, Vol. 75, No. 299 (Sep., 1965), pp. 493-517

[3] Brueckner, Jan K. (2005)"Transport subsidies, system choice, and urban sprawl",*Regional Science and Urban Economics*,Vol. 35 (2005) pp.715-733

[4] Borger, Bruno De and Fosgerau, Mogens (2008) "The trade-off between money and travel time: A test of the theory of reference-dependent preferences", *Journal of Urban Economics*, Vol. 64 (2008) pp. 101-115

[5] Carpio, Carlos E. and Wohlgenant, Michael K. (2010) "A general two-constraint model of consumer demand", *European Review of Agricultural Economics*, Vol. 37 (4) (2010) pp. 433-452

[6] DeSerpa, A.C. (1971) "A Theory of the Economics of Time", *The Economic Journal*, Vol. 81, No. 324 (Dec., 1971), pp. 828-846

[7] Dixit, Avinash K. and Joseph E. Stiglitz (1977) "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", *The American Economic Review*, Vol. 67, No. 3 (Jun., 1977), pp. 297-308

[8] Evans, Alan W. (1972) "On the theory of the valuation and allocation of time", *Scottish Journal of Political Economy*, Vol. 19, No. 1 (Feb., 1972), pp. 1-17

[9] Fujii, Satoshi, Ryuichi Kitamura and Yoshiaki Kumada (1998) "A monetary and temporal constrained consumption-behavior model for travel demand analysis", *Journal of JSCE*, IV-44, No. 625, (July, 1997), pp. 99-112

[10] Fujita, Masahisa and Ogawa, Hideaki (1982) "Multiple equilibria and structural transition of non-monocentric urban configurations", *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 12, No. 2, (May, 1982) pp. 161-196

[11] Jara-Díaz, Sergio R. (2007) "Allocation and Valuation of Travel-Time Savings", in David A. Hensher , Kenneth J. Button (ed.) Handbook of Transport Modelling (Handbooks in Transport, Volume 1) , pp.363 - 379

[12] Jara-Díaz, Sergio R., Marcela A. Munizaga, Paulina Greeven, Reinaldo Guerra, Kay Axhausen (2008) "Estimating the value of leisure from a time allocation model", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 42, No. 10 (Dec., 2008) pp. 946-957

[13] Kato, Hironori and Imai, Makoto (2005) "Valuation of travel time savings for private trips based on activity-based resource allocation model", *Journal of JSCE*, IV-68, No. 793, (July, 2005), pp. 85-104

[14] Kono, Tatsuhito and Morisugi, Hisayosi (2001) "Theoretical examination on value of time for private trips", *Journal of JSCE*, IV-46, No. 639, (Jan., 2001), pp. 53-64

[15] Krugman, P. (1991a) "Increasing Returns and Economic Geography", *Journal of Political Economy*, Vol. 99, pp. 483-499

[16] 森 知也 (2005) 『独占的競争モデル』(http://www.mori.kier.kyoto-u.ac.jp/courses/monopolistic_competition.pdf)

[17] Murayama, Toru (2017) "An Application of Two-Constraint Consumption Model: Two goods case with time constraint", （村山の修士論文）2017 年 1 月 11 日 東京大学ミクロ経済学ワークショップにて口頭発表（http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/workshops/micro/micro2016.html）

[18] Ommeren, Jos Van and Rietveld, Piet (2005) "The commuting time paradox", *Journal of Urban Economics*, Vol. 58, (2005), pp.

437-454

[19] 佐藤泰裕・田渕隆俊・山本和博『空間経済学』有斐閣 (2011) ISBN 978-4-641-16373-7

[20] Shaw, W. Douglass (1992) "Searching for the Opportunity Cost of an Individual's Time", *Land Economics*, Vol. 68, No. 1 (Feb., 1992), pp. 107-115

[21] Small, Kenneth A. (2012) "Valuation of travel time", *Economics of Transportation*, Vol. 1, No. 1-2, December 2012, pp. 2-14

[22] Stiglitz, Joseph E. (2017) "Monopolistic competition, the Dixit-Stiglitz model, and economic analysis", *Research in Economics*, Vol. 71, No. 4, December 2017, pp. 798-802

[23] Timothy, Darren and Wheaton, William C. (2001) "Intra-Urban Wage Variation, Employment Location, and Commuting Times", *Journal of Urban Economics*, Vol. 50, (2001) pp. 338-366

[24] White, Michelle J. (1988) "Location choice and commuting behavior in cities with decentralized employment", *Journal of Urban Economics*, Vol. 24, No. 2, (Sep,. 1988), pp. 129-152